



TESIS - SS142501

**PENAKSIRAN PARAMETER DAN STATISTIK UJI
MODEL *MIXED GEOGRAPHICALLY WEIGHTED
BIVARIATE POISSON INVERSE GAUSSIAN
REGRESSION***

**(Studi Kasus: Jumlah Kematian Bayi dan Jumlah
Kematian Ibu di Kota Surabaya Tahun 2015)**

**NENDY SEPTI ARNIVA
NRP. 062116 5001 0029**

**DOSEN PEMBIMBING
Dr. Purhadi, M.Sc.
Dr. Sutikno, M.Si.**

**PROGRAM MAGISTER
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI DAN SAINS DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2018**



TESIS - SS142501

**PENAKSIRAN PARAMETER DAN STATISTIK UJI
MODEL *MIXED GEOGRAPHICALLY WEIGHTED
BIVARIATE POISSON INVERSE GAUSSIAN
REGRESSION***

**(Studi Kasus: Jumlah Kematian Bayi dan Jumlah
Kematian Ibu di Kota Surabaya Tahun 2015)**

NENDY SEPTI ARNIVA
NRP. 062116 5001 0029

DOSEN PEMBIMBING
Dr. Purhadi, M.Sc
Dr. Sutikno, M.Si

PROGRAM MAGISTER
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI DAN SAINS DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2018



THESIS - SS142501

**ESTIMATION OF PARAMETERS AND STATISTICS
TEST OF MODEL MIXED GEOGRAPHICALLY
WEIGHTED BIVARIATE POISSON INVERSE
GAUSSIAN REGRESSION**

**(Case Study: Infant Mortality Rate and Maternal
Mortality Rate in Surabaya City 2015)**

NENDY SEPTI ARNIVA
NRP. 062116 5001 0029

SUPERVISOR
Dr. Purhadi, M.Sc
Dr. Sutikno, M.Si

MASTER PROGRAM
DEPARTEMENT OF STATISTIKA
FACULTY OF MATHEMATICS, COMPUTING AND DATA SCIENCES
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2018

**PENAKSIRAN PARAMETER DAN STATISTIK UJI MODEL *MIXED*
GEOGRAPHICALLY WEIGHTED BIVARIATE POISSON INVERSE
*GAUSSIAN REGRESSION***

(Studi Kasus: Jumlah Kematian Bayi dan Jumlah Kematian Ibu di Kota Surabaya
Tahun 2015)

Disusun untuk memenuhi syarat memperoleh gelar Magister Sains (M.Si)
di
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh :
NENDY SEPTI ARNIVA
NRP. 06211650010029

Tanggal Ujian : 10 Juli 2018
Periode Wisuda : September 2018

Disetujui Oleh :

1. Dr. Purnadi, M.Sc
NIP. 19620204 198701 1 001

(Pembimbing I)

2. Dr. Sutikno, M.Si
NIP. 19710313 199702 1 001

(Pembimbing II)

3. Dr. Bambang Widjanarko Otok, M.Si
NIP. 19681124 199412 1 001

(Penguji I)

4. Prof. Dr. I. Nyoman Budiantara, M.Si
NIP. 19831204 200812 1 002

(Penguji II)

Dekan
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Prof. Dr. Basuki Widodo, M.Sc
NIP. 19650605 198903 1 002

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

**PENAKSIRAN PARAMETER DAN STATISTIK UJI MODEL
MIXED GEOGRAPHICALLY WEIGHTED BIVARIATE
POISSON INVERSE GAUSSIAN REGRESSION
(Studi Kasus: Jumlah Kematian Bayi Dan Jumlah Kematian Ibu
Di Kota Surabaya Tahun 2015)**

Nama Mahasiswa : Nendy Septi Arniva
NRP : 062116 5001 0029
Pembimbing : Dr. Purhadi, M.Sc
Dr. Sutikno, M.Si

ABSTRAK

Regresi poisson merupakan analisis regresi nonlinear dari distribusi poisson yang digunakan dalam menganalisis data diskrit. Pada regresi poisson mensyaratkan kondisi dimana nilai mean dan varians dari variabel respon bernilai sama atau kondisi equidispersion. Namun dalam kasus banyak terjadi overdispersion atau underdispersion. Mixed poisson distribution merupakan solusi alternatif untuk kasus overdispersi maupun underdispersi. Salah satu metode untuk mengatasinya adalah distribusi Poisson Inverse Gaussian (PIG). Pada Poisson Inverse Gaussian tidak semua kasus yang hanya melibatkan satu variabel respon, karena dalam kenyataannya beberapa kasus akan melibatkan lebih dari satu variabel respon. Dalam penelitian ini dilakukan pengembangan model regresi bivariat yang melibatkan faktor spasial yaitu dengan adanya pembobot geografis. Pada kenyataannya tidak semua variabel dalam model geographically weighted regression mempunyai pengaruh secara spasial, ada beberapa variabel prediktor berpengaruh secara global. Penelitian ini menghasilkan estimator parameter model menggunakan Maximum Likelihood Estimation (MLE) dengan iterasi Newton-Raphson. Selanjutnya mendapatkan statistik uji pada model Mixed Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression (MGWBPIGR) menggunakan MLRT. Penerapan model *Mixed Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression* yang terbentuk variabel prediktor yang berpengaruh secara signifikan terhadap jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Kota Surabaya tahun 2015 adalah variabel rasio tenaga kesehatan, persentase persalinan oleh tenaga kesehatan, persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3, persentase rumah tangga ber-PHBS dan rasio puskesmas.

Kata Kunci : *GWR, Kematian Bayi, Kematian Ibu, MGWBPIGR, Poisson Inverse Gaussian, Regresi Bivariate*

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

**ESTIMATION OF PARAMETERS AND STATISTICS TEST
MODEL MIXED GEOGRAPHICALLY WEIGHTED
BIVARIATE POISSON INVERSE GAUSSIAN REGRESSION
(Case Study: Infant Mortality Rate and Maternal Mortality Rate
in Surabaya city 2015)**

Name of Student : Nendy Septi Arniva
NRP : 062116 5001 0029
Supervisor : Dr. Purhadi, M.Sc
Dr. Sutikno, M.Si

ABSTRACT

Poisson regression is a nonlinear regression analysis of the poisson distribution used in analyzing discrete data. In poisson regression requires conditions where the mean and variance values of the response variable are equal or equidispersion conditions. But in case of over dispersion or under dispersion occurs. Mixed poisson distribution is an alternative solution for over dispersion and under dispersion cases. One method to overcome this is the Poisson Inverse Gaussian (PIG) distribution. In Poisson Inverse Gaussian not all cases involve only one response variable, because in reality some cases will involve more than one response variable. This research, the development of bivariate regression model which involves spatial factor that is with the geographic weighting. In fact, not all variables in the geographically weighted regression model have spatial influence, there are several predictor variables globally. The result of this studied is parameter estimation using Maximum Likelihood estimation (MLE) with Newton-Raphson iteration. Furthermore, statistic test on the Mixed Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression Model (MGWBPIGR) model. The application of the Mixed Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression model which is the predictor variable that significantly affects the number of infant mortality and the number of maternal deaths in Surabaya City 2015 is the ratio of health personnel, the percentage of births by health personnel, the percentage of pregnant women get Fe3 tablets, percentage of households with PHBS and ratio of puskesmas.

Keywords : *Bivariate Regression, GWR, Infant Mortality Rate, Maternal Mortality Rate, MGWBPIGR, Poisson Inverse Gaussian,*

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan atas kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat, hidayah dan kekuatanNya serta shalawat dan salam selalu tercurah pada Nabi Muhammad SAW atas suri tauladannya dalam kehidupan ini sehingga penulis dapat menyelesaikan Tesis yang berjudul **“Penaksiran Parameter dan Statistik Uji Model *Mixed Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression* (Studi Kasus: Jumlah Kematian Bayi dan Jumlah Kematian Ibu di Kota Surabaya)”**. terselesaikan sudah Tesis ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak, penulis ingin mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Dr. Purhadi, M.Sc dan Dr. Sutikno. M.Si selaku dosen pembimbing yang telah banyak meluangkan waktunya untuk memberikan ilmu, bimbingan, dan arahnya kepada penulis dalam penyelesaian Tesis ini.
2. Dr. Bambang Widjanarko O, M.Si dan Prof. Dr. I Nyoman Budiantara, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberi saran dan kritiknya demi kesempurnaan Tesis ini.
3. Dr. Suhartono, M.Sc selaku Ketua Departemen Statistika FMKSD-ITS.
4. Dr. rer pol. Heri Kuswanto, S.Si, M.Si selaku Ketua Program Magister Departemen Statistika FMKSD-ITS.
5. Dr. Agnes Tuti Rumiati, M.Sc selaku dosen wali yang telah memberikan semangat, motivasi serta masukkan demi kelancaran dan terselesaikannya studi.
6. Segenap dosen pengajar dan para staff Departemen Statistika FMKSD-ITS yang memberikan bekal ilmu, memfasilitasi dan membantu penulis selama masa perkuliahan.
7. Terimakasih mama, papa, abang dan angga yang selalu mendukung serta selalu mendo'akan untuk keberhasilan Penulis.
8. Teruntuk teman-teman Erna, Farida, Silvi, Yoga, Siska, Indira, Kamal, selalu saling memberikan dukungan, menemani dan memberikan bantuan kepada penulis selama waktu kuliah dan dalam proses menyelesaikan Tesis ini.
9. Teman-teman seperjuangan S2 2016 selama dua tahun ini, dalam Tesis dan semasa perkuliahan, terimakasih atas segala bantuan dan semangatnya.

10. Seluruh pihak yang telah banyak membantu penulis dan tidak dapat disebutkan satu per satu.

Dalam penulisan ini, penulis menyadari masih banyak kekurangan dalam penyusunan Tesis ini. Oleh karena itu, sangat diharapkan kritik dan saran yang membangun. Semoga Tesis ini bermanfaat bagi pembaca.

Surabaya, Juli 2018

Penulis

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN	Error! Bookmark not defined.
ABSTRAK	iii
ABSTRACT	v
DAFTAR ISI.....	ix
DAFTAR GAMBAR.....	xiii
DAFTAR TABEL.....	xv
DAFTAR LAMPIRAN	xvii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	5
1.3 Tujuan Penelitian.....	6
1.4 Manfaat Penelitian	6
1.5 Batasan Masalah	7
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA.....	9
2.1 Distribusi <i>Poisson</i>	9
2.2 Distribusi <i>Bivariate Poisson</i>	9
2.3 Regresi <i>Bivariate Poisson</i>	10
2.4 Distribusi <i>Inverse Gaussian</i>	10
2.5 Regresi <i>Inverse Gaussian</i>	11
2.6 Distribusi <i>Poisson Inverse Gaussian</i>	12
2.7 Regresi <i>Poisson Inverse Gaussian</i>	14
2.8 Distribusi <i>Bivariate Poisson Inverse Gaussian</i> (BPIG)	14
2.9 <i>Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression</i> (BPIGR).....	15
2.9.1 Penaksir Parameter Model <i>Bivariate Poisson Inverse Gaussian</i> Regression (BPIGR)	16
2.9.2 Pengujian Parameter Model <i>Bivariate Poisson Inverse Gaussian</i> Regression (BPIGR)	17
2.10 <i>Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression</i> (GWBPIGR)	18
2.10.1 Penaksiran Parameter Model <i>Geographically Weighted Bivariate</i> <i>Poisson Inverse Gaussian Regression</i> (GWBPIGR)	19

2.10.2	Pengujian Parameter Model Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression (GWBPIGR)	21
2.11	<i>Mixed Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression</i> (MGWBPIGR)	22
2.12	Efek Spasial.....	23
2.12.1	Pengujian Heterogenitas Spasial	23
2.12.2	Matrik Pembobot.....	23
2.13	Multikolinieritas.....	26
2.14	Koefisien Korelasi.....	27
2.15	Pengujian <i>Distribusi Bivariate Poisson</i>	27
2.16	Kriteria Kebaikan Model.....	28
2.17	Kematian Bayi.....	29
2.18	Kematian Ibu	29
2.19	Faktor-Faktor yang Diduga Mempengaruhi Kematian Bayi dan Kematian Ibu	29
BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN		33
3.1	Sumber Data.....	33
3.2	Identifikasi Variabel Penelitian.....	33
3.3	Struktur Data	35
3.4	Langkah-langkah Penelitian.....	35
3.5	Diagram Alir Penelitian	39
BAB 4 ANALISIS DAN PEMBAHASAN		41
4.1	Penaksiran Parameter Mixed Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression (MGWBPIGR)	41
4.2	Pengujian Parameter Model <i>Mixed Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression</i> (MGWBPIGR).....	47
4.3	Aplikasi Model <i>Mixed Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression</i> (MGWBPIGR)	57
4.3.1	Deskripsi Variabel Respon dan Variabel Prediktor	57
4.3.2	Pemeriksaan Korelasi Antar Variabel Respon	65
4.3.3	Pola Hubungan Variabel Respon dan Variabel Prediktor	66
4.3.4	Pemeriksaan Multikolinieritas.....	67
4.3.5	Pendeteksian Over/Underdispersi	68
4.3.6	Pemodelan Jumlah Kasus Kematian Bayi dan Kematian Ibu di Kota Surabaya Tahun 2015 dengan BPIGR	69

4.3.7	Pengujian Heterogenitas Spasial	70
4.3.8	Pemodelan Jumlah Kasus Kematian Bayi dan Kematian Ibu di Kota Surabaya Tahun 2015 dengan GWBPIGR	71
4.3.9	Pemodelan Jumlah Kasus Kematian Bayi dan Kematian Ibu di Kota Surabaya Tahun 2015 dengan MGWBPIGR	74
4.3.10	Pemilihan Model Terbaik	77
BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN		79
5.1	Kesimpulan	79
5.2	Saran	79
DAFTAR PUSTAKA		81
LAMPIRAN.....		83
BIODATA PENULIS.....		205

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Plot distribusi poisson inverse gaussian dengan $\tau = 1$ (tetap) pada (a) $\mu = 2$, (b) $\mu = 5$, (c) $\mu = 10$, (d) $\mu = 20$	13
Gambar 2.2	Plot distribusi poisson inverse gaussian dengan $\mu = 10$ (tetap) pada (a) $\tau = 5$, (b) $\tau = 20$, (c) $\tau = 40$, (d) $\tau = 60$	13
Gambar 2.3	Modifikasi Model Konseptual McCarthy dan Maine (1992) pada Hubungan Kematian Bayi dan Kematian Ibu dengan Faktor-Faktor yang Mempengaruhi.....	32
Gambar 3.1	Wilayah Administrasi Kota Surabaya	33
Gambar 3.2	Langkah-Langkah untuk Mendapatkan Faktor-Faktor yang Berpengaruh Signifikan Terhadap Jumlah Kematian Bayi dan Jumlah Kematian Ibu di Kota Surabaya Tahun 2015.....	39
Gambar 4.1	Penyebaran Jumlah Kematian Bayi Menurut Kecamatan di Kota Surabaya	59
Gambar 4.2	Penyebaran Jumlah Kematian Ibu Menurut Kecamatan di Kota Surabaya	60
Gambar 4.3	Penyebaran Rasio Tenaga Kesehatan Menurut Kecamatan di Kota Surabaya	61
Gambar 4.4	Penyebaran Persentase Persalinan oleh Tenaga Kesehatan Menurut Kecamatan di Kota Surabaya.....	62
Gambar 4.5	Penyebaran Persentase Ibu Hamil Mendapatkan Tablet Fe3 Menurut Kecamatan di Kota Surabaya.....	63
Gambar 4.6	Penyebaran Rasio Puskesmas Penyebaran Persentase Rumah Tangga ber-PHBS Menurut Kecamatan di Kota Surabaya	64
Gambar 4.7	Penyebaran Rasio Puskesmas Menurut Kecamatan di Kota Surabaya	65
Gambar 4.8	Scatterplot antar Logaritma Natural Jumlah Kematian Bayi dan Variabel Prediktor	66
Gambar 4.9	Scatterplot antar Logaritma Natural Jumlah Kematian Ibu dan Variabel Prediktor	67

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	Variabel Penelitian	33
Tabel 3.2	Struktur Data	35
Tabel 4.1	Statistika Deskriptif Variabel Respon	57
Tabel 4.2	Statistika Deskriptif Variabel Prediktor	58
Tabel 4.3	Koefisien Korelasi Antar Variabel	67
Tabel 4.4	Nilai VIF dari Variabel Prediktor	68
Tabel 4.5	Nilai Deviance dan Pearson dari Model Regresi Poisson	68
Tabel 4.6	Nilai Taksiran dan Pengujian Hipotesis Parsial Parameter BPIGR	69
Tabel 4.7	Nilai Taksiran dan Pengujian Hipotesis Parsial Parameter GWBPIGR pada Lokasi Lakarsantri	72
Tabel 4.8	Nilai Taksiran dan Pengujian Hipotesis Parsial Parameter GWBPIGR pada Lokasi Gunung Anyar	72
Tabel 4.9	Variabel yang Signifikan di Setiap Kecamatan di Kota Surabaya	73
Tabel 4.10	Nilai Taksiran dan Pengujian Hipotesis Parsial Parameter MGWBPIGR pada Lokasi Pertama (Karang Pilang)	75
Tabel 4.11	Pemilihan Model Terbaik	77

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Penurunan Fungsi Likelihood untuk populasi	83
Lampiran 2. Penurunan Fungsi Likelihood di bawah H_0	96
Lampiran 3. Data Jumlah Kematian Bayi dan Kematian Ibu serta Faktor- Faktor yang Mempengaruhi di Kota Surabaya Tahun 2015	107
Lampiran 4. Data Lintang dan Bujur Kota Surabaya Tahun 2015	108
Lampiran 5. Statistika Deskriptif Variabel Respon dan Variabel Pejelasan Kota Surabaya Tahun 2015	109
Lampiran 6. Koefisien Korelasi Variabel Respon dan Variabel Prediktor.....	110
Lampiran 7. Pengujian Distribusi Variabel Respon.....	111
Lampiran 8. Matriks Korelasi	112
Lampiran 9. Pemeriksaan Multikolinieritas dengan Nilai VIF 5 Variabel Prediktor	113
Lampiran 10. Macro SAS Pendeteksian Over/Underdispersi Untuk Mendapatkan Nilai Devians dan Pearson Chi Square dari Variabel Y_1	114
Lampiran 11. Macro SAS Pendeteksian Over/Underdispersi Untuk Mendapatkan Nilai Devians dan Pearson Chi Square dari Variabel Y_2	115
Lampiran 12. Hasil Output SAS Untuk Mendapatkan Nilai Devians dan Pearson Chi Square Regresi Poisson Y_1	116
Lampiran 13. Hasil Output SAS Untuk Medapatkan Nilai Devians dan Pearson Chi Square Regresi Poisson Y_2	117
Lampiran 14. Syntak Penaksiran Parameter BPIGR	118
Lampiran 15. Syntak Uji Serentak BPIGR	127
Lampiran 16. Hasil Uji Serentak BPIGR	131
Lampiran 17. Syntak Uji Parsial BPIGR.....	132
Lampiran 18. Hasil Uji Parsial BPIGR	133
Lampiran 19. Syntak Penaksiran Parameter GWBPIGR	134
Lampiran 20. Syntak Pembobot GWBPIGR.....	140

Lampiran 21. Output Pemilihan Pembobot Terbaik.....	153
Lampiran 22. Output Matrik Pembobot Terbaik	154
Lampiran 23. Syntax Uji Serentak dan Uji Parsial GWBPIGR	155
Lampiran 24. Hasil Uji Serentak untuk Model GWBPIGR	160
Lampiran 25. Hasil Uji Parsial untuk Model GWBPIGR	161
Lampiran 26. Syntax Uji Serentak dan Uji Parsial MGWBPIGR	177
Lampiran 27. Hasil Uji Serentak untuk Model MGWBPIGR.....	184
Lampiran 28. Hasil Uji Parsial untuk Model MGWBPIGR	185
Lampiran 29. Pengujian Heterogenitas Spasial	201

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Regresi poisson merupakan analisis regresi nonlinear dari distribusi poisson yang digunakan dalam menganalisis data diskrit. Regresi poisson merupakan salah satu anggota keluarga dari *Generalized Linear Models* (GLMs). Pada regresi poisson mensyaratkan kondisi dimana nilai mean dan varians dari variabel respon bernilai sama atau kondisi *equidispersion* (Khoshgoftaar, Gao, & Szabo, 2005). Namun dalam kasus untuk hal *equidispersion* sangat jarang sekali, kebanyakan terjadinya pelanggaran asumsi dimana varians lebih kecil dari *mean* (*under-dispersion*) atau varians lebih besar dari mean (*overdispersion*).

Dampak kasus overdispersi dapat dilihat dari nilai *standar error* apabila tidak diatasi akan mengakibatkan *under estimate*, sehingga kesimpulan yang didapat tidak valid. Dalam mengatasi kasus overdispersi, dibentuk beberapa pemodelan yang merupakan perpaduan antara distribusi poisson dan beberapa distribusi baik diskrit maupun kontinyu (*mixed poisson distribution*). *Mixed poisson distribution* tersebut merupakan solusi alternatif untuk kasus *overdispersion* maupun *under-dispersion*. Salah satu metode untuk mengatasinya adalah distribusi *Poisson Inverse Gaussian* (PIG). *Poisson Inverse Gaussian* (PIG) merupakan *mixed poisson distribution* dengan random efek yang mempunyai distribusi *inverse gaussian*. Distribusi PIG ini pertama kali diperkenalkan oleh Holla pada tahun 1996 (Karlis & Xekalaki, *Mixed Poisson Distributions*, 2005). Regresi PIG digunakan untuk melakukan pemodelan data cacahan yang memiliki nilai awal yang tinggi dan kurva yang sangat miring ke kanan (Hilbe, 2014). Distribusi PIG memiliki bentuk fungsi likelihood yang *close form* dan perhitungannya lebih mudah sehingga banyak penelitian yang melibatkan data cacahan banyak menggunakan model ini (Stasinopoulos & Rigby, 2007).

Shoukri, Asyali, dan Vandorp (2004) menggunakan model PIG pada data jumlah kasus penyakit mastitis pada sapi perah di Ontario Canada dan menghasilkan kesimpulan bahwa regresi PIG merupakan model yang lebih baik

dari model regresi binomial negatif. Pemodelan regresi PIG juga digunakan pada penelitian Zha, Lord, dan Zou (2014) pada kasus jumlah kecelakaan motor yang terjadi di Texas dan Washington menunjukkan bahwa pemodelan regresi PIG lebih baik dari pada model regresi *negative binomial* untuk memodelkan kasus jumlah kecelakaan motor di dua tempat tersebut. Penelitian lain yang menggunakan pengembangan regresi PIG adalah penelitian yang dilakukan oleh Purnamasari (2016), menambahkan efek lokasi pada penelitian tersebut. Jadi pemodelan yang digunakan oleh Purnamasari adalah *Geographically Weighted Poisson Inverse Gaussian* pada kasus jumlah kasus baru HIV di Jawa Timur tahun 2013.

Analisis regresi *bivariate poisson* adalah analisis regresi *Poisson* yang terdiri dari dua variabel respon. Analisis ini diusulkan oleh Holgate (1964) dan dipresentasikan oleh Johnson dan Kotz (1969) dalam AlMuhayfith, Alzaid, dan Omair (2016). Dua variabel respon pada model regresi *bivariate Poisson* merupakan data *count* yang berdistribusi *Poisson* yang saling berkorelasi, dan parameternya akan diduga secara bersama-sama. Ratnasari dan Purhadi (2014) menggunakan model regresi *bivariate poisson* dalam kasus jumlah penderita HIV dan AIDS di Provinsi Jawa Timur dan beberapa variabel prediktor.

Salah satu contoh data *count* adalah jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu. Regresi pada data jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu merupakan regresi *Bivariate Poisson* yang berpotensi terjadinya overdispersi sehingga untuk pemodelannya tidak cukup menggunakan regresi poisson sehingga digunakan *Bivariate Poisson Inverse Gaussian* (BPIG). Kematian bayi adalah kematian yang terjadi saat setelah bayi lahir sampai bayi belum berusia tepat satu tahun, sementara itu kematian ibu menurut definisi WHO adalah kematian selama kehamilan atau dalam periode 42 hari setelah berakhirnya kehamilan, yang disebabkan oleh kehamilan atau penanganannya, tetapi bukan disebabkan oleh kecelakaan atau cedera

Angka Kematian Ibu (AKI) dan Angka Kematian Bayi (AKB) merupakan salah satu indikator derajat kesehatan yang menjadi salah satu target dalam tujuan pembangunan *Millenium Development Goals* (MDG's). MDG's pada tahun 2015 menargetkan AKI menurun sebesar 102 per 100000 kelahiran hidup (KH) dan AKB menurun menjadi 23 per 1000 KH. Namun, di negara berkembang seperti Indonesia

AKI dan AKB masih belum mencapai target MDG's dimana AKI dan AKB yang masih relatif jauh dibandingkan target MDG's yakni 228/ 100000 KH dan 27/1000 KH. Salah satu provinsi di Indonesia yang termasuk ke dalam enam besar penyumbang AKI dan AKB tertinggi adalah Provinsi Jawa Timur. Dimana, Kota Surabaya merupakan penyumbang terbanyak AKI. Tahun 2015 AKI Kota Surabaya sebesar 87,35 per 100000 kelahiran hidup. Namun, hal ini mengalami penurunan yang cukup signifikan dibanding tahun 2014 sebesar 90,19 per 100000 kelahiran hidup. Sementara AKB di Kota Surabaya pada tahun 2015 sebesar 6,48 per 1000 kelahiran hidup. Hal ini jika dibandingkan tahun sebelumnya mengalami peningkatan yang cukup signifikan yakni 5,62 per 1000 kelahiran hidup (Dinkes, 2015). Hal ini menunjukkan bahwa perlu ada perhatian pemerintah dalam upaya - upaya penurunan AKI dan AKB di Kota Surabaya.

Menurut UNICEF Indonesia (2012), sebagian besar kematian anak di Indonesia terjadi pada masa baru lahir (*neonatal*) dan bulan pertama kehidupan. Kemungkinan anak meninggal pada usia yang berbeda adalah 19 per seribu selama masa neonatal, 15 per seribu dari usia 2 hingga 11 bulan dan 10 per seribu dari usia satu sampai lima tahun. Seperti di negara-negara berkembang lainnya, kematian anak di Indonesia karena infeksi dan penyakit anak-anak lainnya. Angka kematian anak telah mengalami penurunan seiring dengan peningkatan pendidikan ibu, kebersihan rumah tangga dan lingkungan, pendapatan dan akses ke pelayanan kesehatan. Anak-anak dari ibu yang kurang berpendidikan umumnya memiliki angka kematian yang lebih tinggi daripada mereka yang lahir dari ibu yang lebih berpendidikan. Hal ini mungkin disebabkan oleh seiring dengan peningkatan pendidikan ibu meningkat pula kesadaran akan pentingnya kesehatan.

Menurut UNICEF Indonesia (2012), berdasarkan survei demografi dan kesehatan 2007 menunjukkan rumah tangga perdesaan masih memiliki angka kematian balita sepertiga lebih tinggi daripada angka kematian balita pada rumah tangga perkotaan, tetapi sebuah studi menunjukkan bahwa angka kematian di perdesaan mengalami penurunan lebih cepat daripada angka kematian di perkotaan, dan bahwa kematian di perkotaan bahkan telah mengalami peningkatan pada masa neonatal. Tren ini tampak terkait dengan urbanisasi yang cepat, sehingga menyebabkan kepadatan penduduk yang berlebihan, kondisi sanitasi yang buruk

pada penduduk miskin perkotaan, yang diperburuk oleh perubahan dalam masyarakat terhadap sosial.

Menurut Data Kementerian Kesehatan (Kemenkes) pada antara Jatim menunjukkan ada sekitar 82 persen kematian karena melahirkan terjadi pada perempuan muda yang masih berusia 15 tahun hingga usia 20 tahun. Jumlah kematian ibu muda kebanyakan meninggal dunia akibat melakukan aborsi. Hal ini dikarenakan tingginya kawin muda dan perilaku seks bebas. Faktor lain kematian ibu hamil juga dikarenakan terjadinya eklampsia atau kejang karena tekanan darah tinggi pada kehamilan. Selain itu, faktor yang rentan adalah pendarahan.

Penelitian sebelumnya mengenai kasus kematian bayi dan kematian ibu adalah Pritasari (2014) dengan menggunakan metode regresi bivariat poisson diperoleh faktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian ibu di Provinsi Jawa Timur adalah persentase tenaga kesehatan, sedangkan faktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian bayi di Provinsi Jawa Timur adalah persentase tenaga kesehatan dan persentase persalinan oleh tenaga kesehatan. Menurut Nina (2014) mengenai jumlah kematian ibu dan jumlah kematian bayi menggunakan regresi bivariat poisson menyebutkan bahwa faktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian ibu di Provinsi Jawa Timur adalah persentase tenaga kesehatan, persentase persalinan oleh tenaga kesehatan, persentase ibu hamil melaksanakan program K4, persentase rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat (PHBS), persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3, persentase wanita berstatus kawin dibawah umur 20 tahun dan persentase peserta KB aktif.

Menurut Wardani (2016) menganalisis faktor-faktor yang berpengaruh terhadap kematian bayi dan ibu di Provinsi Jawa Timur 2013 dengan model *Bivariate Generalized Poisson Regression* (BGPR). Variabel prediktor yang memberikan pengaruh signifikan adalah persentase persalinan oleh tenaga kesehatan, persentase ibu hamil yang mendapat tablet Fe3, persentase wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 17 tahun dan persentase ibu hamil yang melaksanakan program K4. Penelitian lain yang menggunakan kasus kematian bayi dan kematian ibu yaitu penelitian yang dilakukan oleh Setiawan (2017), menganalisis faktor-faktor yang berpengaruh terhadap kematian bayi dan

ibu di Provinsi Jawa Timur 2013 dengan model *Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression* (GWBGPR). Variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu adalah presentase persalinan oleh tenaga kesehatan, presentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 dan presentase wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD kebawah.

Untuk melihat faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Kota Surabaya dalam penelitian ini akan dilakukan pengembangan model regresi yang memperhatikan faktor heterogenitas spasial atau faktor lokal yaitu regresi dengan pembobotan geografis yang dikenal. Dengan memberikan pembobotan berdasarkan posisi atau jarak suatu wilayah pengamatan ke wilayah pengamatan lainnya maka model *Geographically Weighted Regression* (GWR) akan memberikan model lokal yang berbeda-beda di tiap wilayah. Adapun penelitian sebelumnya menggunakan metode model *Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression* (GWBPIGR) yaitu Amalia, Purhadi dan Otok (2017). Pada kasus baru kusta PB dan kusta MB di Provinsi Sumatera Barat tahun 2014 diperoleh hampir semua variabel berpengaruh secara signifikan kecuali di Kabupaten Solok Selatan dan Kabupaten Sijunjung faktor yang tidak berpengaruh signifikan yaitu status *higienie* sanitasi sehat (Amalia, Purhadi, & Otok, 2017).

Pada kenyataannya tidak semua variabel dalam model GWR mempunyai pengaruh secara spasial. Beberapa variabel prediktor berpengaruh secara global sedangkan variabel lainnya dapat mempertahankan pengaruh spasialnya. Oleh karena itu, dari model GWR dikembangkan menjadi model *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR). Pemodelan *Mixed Geographically Weighted Regression* yang dilakukan terhadap dua variabel respon yang berupa data *count*, sehingga penelitian ini akan menggunakan pemodelan *Mixed Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression* (MGWBPIGR) pada kasus jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Kota Surabaya tahun 2015.

1.2 Rumusan Masalah

Jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu merupakan salah satu contoh dari regresi *bivariate Poisson*. Dua variabel respon pada model regresi

bivariate Poisson merupakan data *count* yang berdistribusi *Poisson*, saling berkorelasi, dan parameternya akan diduga secara bersama-sama. Data mengenai jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu merupakan data *count* yang berpotensi terjadi overdispersi sehingga untuk pemodelannya menggunakan *Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression* (BPIG). Pemodelan dengan BPIG menghasilkan taksiran parameter yang bersifat global untuk seluruh lokasi. Pengembangan model regresi yang memperhatikan faktor heterogenitas spasial atau bersifat lokal yaitu regresi dengan pembobotan geografis yang dikenal dengan nama *Geographically Weighted Regression* (GWR). Penelitian ini untuk melihat faktor gabungan dari taksiran parameter yang bersifat global dan lokal yaitu menggunakan pemodelan *Mixed Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression* (MGWBPIGR) pada kasus jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Kota Surabaya tahun 2015.

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini sebagai berikut.

1. Mendapatkan bentuk penaksir parameter pada model MGWBPIGR.
2. Mendapatkan bentuk statistik uji untuk pengujian serentak pada model MGWBPIGR.
3. Menentukan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Kota Surabaya tahun 2015 menggunakan model MGWBPIGR?

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang ingin dicapai pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Menambah wawasan mengenai angka kematian bayi dan angka kematian ibu serta memberikan pemahaman untuk faktor spasial atau lokal dan faktor global dengan metode MGWBPIGR.
2. Memberikan informasi tambahan mengenai faktor-faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Kota Surabaya

bagi dinas kesehatan untuk mengambil kebijakan agar terwujud program pembangunan kesehatan.

1.5 Batasan Masalah

Penelitian ini menggunakan data jumlah kasus kematian bayi dan jumlah kasus kematian ibu di Kota Surabaya tahun 2015 dengan unit penelitian yaitu tiap kecamatan. Distribusi untuk jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu diasumsikan berdistribusi *poisson inverse gaussian*. Mendapatkan model dengan metode MGWBPIGR untuk melihat aspek spasial/ lokal dan global.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Distribusi *Poisson*

Distribusi Poisson merupakan distribusi probabilitas diskrit yang menyatakan peluang jumlah peristiwa yang terjadi pada periode waktu tertentu apabila rata-rata kejadian tersebut diketahui dan dalam waktu yang saling bebas sejak kejadian terakhir. Distribusi poisson juga dapat digunakan pada kejadian kecil, dimana kejadian tergantung pada interval waktu tertentu. Interval waktu tersebut dapat berupa semenit, sehari, seminggu, sebulan atau setahun.

Suatu variabel random Y didefinisikan mempunyai distribusi poisson jika fungsi peluangnya diberikan sebagai berikut.

$$f(y; \mu) = \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!} \text{ untuk } y = 0, 1, 2, \dots \text{ dan } \mu > 0 \quad (2.1)$$

Dalam distribusi poisson, rata-rata dan variansi adalah bernilai sama dan dapat dituliskan sebagai berikut:

$$E(Y) = Var(Y) = \mu \quad (2.2)$$

2.2 Distribusi *Bivariate Poisson*

Model cacahan *bivariate* digunakan pada kasus yang memiliki dua variabel cacahan yang saling berkorelasi dan parameternya diestimasi secara bersama-sama. Misalkan Z_1 , Z_2 , dan Z_3 adalah variabel random yang berdistribusi *Poisson* dan saling bebas dengan parameter μ_1 , μ_2 dan μ_3 . Jika variabel random $Y_1 = Z_1 + Z_3$ dan $Y_2 = Z_2 + Z_3$, maka fungsi massa peluang bersamanya adalah (Karlis & Ntzoufras, Bivariate Poisson and Diagonal Inflated Bivariate Poisson Regression Models in R, 2005):

$$f(y_1, y_2; \mu_1, \mu_2, \mu_3) = \begin{cases} e^{-(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3)} \sum_{k=0}^{\min(y_1, y_2)} \frac{\mu_1^k \mu_2^{(y_1-k)} \mu_3^{(y_2-k)}}{k!(y_1-k)!(y_2-k)!}, & y_1, y_2 = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & y \text{ lainnya} \end{cases} \quad (2.3)$$

Persamaan (2.3) menunjukkan bahwa Y_1 dan Y_2 secara marginal berdistribusi *Poisson* dengan $E(Y_1) = \mu_1 + \mu_3$, $E(Y_2) = \mu_2 + \mu_3$, dan $Cov(Y_1, Y_2) = \mu_3$

. Parameter μ_3 adalah suatu ukuran untuk mengetahui besarnya korelasi antara Y_1 dan Y_2 . Jika μ_3 bernilai nol maka Y_1 dan Y_2 saling bebas dan bukan merupakan *Bivariate Poisson*.

2.3 Regresi *Bivariate Poisson*

Pada model regresi *Bivariate Poisson*, parameter dari model diasumsikan tergantung pada variabel penjelas. Parameter μ_1 , μ_2 dan μ_3 memiliki nilai lebih besar dari nol dan dapat dihubungkan dengan variabel penjelas dengan menggunakan fungsi penghubung eksponensial klasik. Sehingga, model regresi *bivariate Poisson* dapat dituliskan sebagai berikut (AlMuhayfith, Alzaid, & Omair, 2015):

$$(Y_{1i}, Y_{2i}) \sim BP(\mu_{1i}, \mu_{2i}, \mu_{3i})$$

dimana $\hat{\mu}_{ji} = \hat{y}_{ji}; i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2$

k = banyaknya variabel prediktor

$$\begin{aligned} \ln(\mu_{1i}) &= \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1 = \beta_{10} + \beta_{11}x_{1i} + \beta_{12}x_{2i} + \dots + \beta_{1k}x_{ki}, \\ \ln(\mu_{2i}) &= \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2 = \beta_{20} + \beta_{21}x_{1i} + \beta_{22}x_{2i} + \dots + \beta_{2k}x_{ki}, \\ \ln(\mu_{3i}) &= \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_3 = \beta_{30} + \beta_{31}x_{1i} + \beta_{32}x_{2i} + \dots + \beta_{3k}x_{ki}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

dengan

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_i &= [1 \quad x_{1i} \quad x_{2i} \quad \dots \quad x_{ki}]^T \\ \boldsymbol{\beta}_1 &= [\beta_{10} \quad \beta_{11} \quad \beta_{12} \quad \dots \quad \beta_{1k}]^T \\ \boldsymbol{\beta}_2 &= [\beta_{20} \quad \beta_{21} \quad \beta_{22} \quad \dots \quad \beta_{2k}]^T \\ \boldsymbol{\beta}_3 &= [\beta_{30} \quad \beta_{31} \quad \beta_{32} \quad \dots \quad \beta_{3k}]^T \end{aligned}$$

Model ini memiliki kelemahan yaitu tidak memperbolehkan suatu data mengalami overdispersi ataupun underdispersi dan memiliki korelasi negatif. Untuk kasus data cacahan yang mengalami overdispersi, model *mixed poisson* dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah ini.

2.4 Distribusi *Inverse Gaussian*

Distribusi *inverse gaussian* merupakan distribusi kontinu dengan fungsi kepadatan mirip dengan distribusi gamma tapi dengan kemencengan lebih besar

dan keruncingan tajam. Inverse gaussian memiliki dua parameter dan fungsi kepadatan peluang yang ditulis sebagai berikut:

$$f(y) = (2\pi y^3 \sigma)^{-0.5} e^{-(y-\mu)^2 / 2y\mu^2 \sigma^2}, \quad y > 0 \quad (2.5)$$

Dengan rata-rata dan varians

$$E(Y) = \mu \text{ dan } \text{var}(Y) = \sigma^2 \mu^3$$

dengan σ^2 adalah parameter *disperse*. *Inverse gaussian* digunakan pada keadaan dengan *skewness* yang ekstrim. Nama *inverse gaussian* sendiri berasal dari fungsi kumulatif yang memiliki hubungan invers dengan fungsi kumulatif (logaritma natural dari fungsi MGF) distribusi normal/ distribusi gaussian (Jong & Heller, 2008).

2.5 Regresi *Inverse Gaussian*

Regresi *Inverse Gaussian* dapat dideskripsikan sebagai berikut: misalkan

$V_i, i = 1, 2, \dots, n$, adalah n observasi yang saling bebas dan berdistribusi IG (δ_i, τ) , dimana $\delta_i = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} > 0$ dengan $\boldsymbol{\beta} = [\beta_0 \quad \beta_1 \quad \beta_2 \quad \dots \quad \beta_k]^T$ adalah vektor parameter regresi dan $\mathbf{x}_i = [1 \quad x_{1i} \quad x_{2i} \quad \dots \quad x_{ki}]^T$ adalah vektor variabel penjelas. Metode pendugaan parameter β dan τ dengan menggunakan *pseudo-maximum likelihood estimation* yang diperoleh oleh Whitmore (1983) dan Bhattacharyya dan Fries (1986) dalam (Chaubey, 2002) adalah sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{Y} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{1} \quad (2.6)$$

$$\hat{v} = \frac{1}{n} (\mathbf{1}^T \mathbf{Y}^{-1} \mathbf{1} - \mathbf{1}^T \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}})$$

dengan

\mathbf{Y} = matriks diagonal dengan elemen diagonal ke- i adalah y_i ,

$\mathbf{1}$ = vektor berdimensi $(k+1)$ yang berisi bilangan satu

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1 \quad \mathbf{x}_2 \quad \dots \quad \mathbf{x}_n]^T$$

2.6 Distribusi *Poisson Inverse Gaussian*

Distribusi poisson inverse gaussian merupakan salah satu distribusi *mixed poisson*. Misalkan Y adalah variabel respon yang berdistribusi *Poisson*, maka fungsi massa peluang bagi Y adalah

$$P(Y = y; \mu) = \int_0^{\infty} f(y; \mu, v) g(v, \tau) dv \quad (2.7)$$

bentuk dari distribusi *mixed poisson* tergantung pada distribusi pada random efek (v) dan $g(v)$ adalah fungsi kepadatan peluang dari v ditulis sebagai berikut:

$$g(v; \tau) = (2\pi\tau v^3)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{(v-1)^2}{2\tau v}}, v > 0 \quad (2.8)$$

dengan $E(V) = 1$ dan $Var(V) = \tau$

Distribusi *Poisson Inverse Gaussian* memiliki dua parameter, yaitu μ (rata-rata) sebagai parameter lokasi dan τ (parameter dispersi) sebagai parameter bentuk. Misalkan Y adalah variabel respon yang berdistribusi *Poisson Inverse Gaussian* dan dapat dinotasikan dengan $Y \sim PIG(\mu, \tau)$. Dimana fungsi kepadatan peluang dari Y sebagai berikut:

$$f(y; \mu, \tau) = \left(\frac{2z}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{\mu^y e^{\frac{1}{\tau}} K_s(z)}{(z\tau)^y y!}, y \geq 0 \quad (2.9)$$

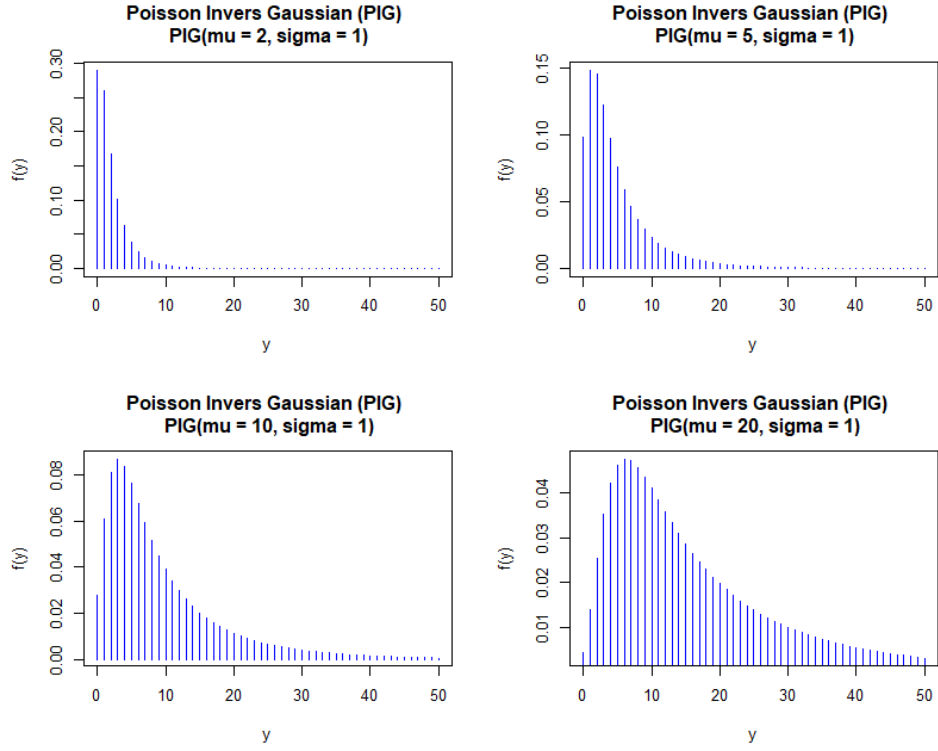
dengan $s = y - \frac{1}{2}$ dan $z = \sqrt{\frac{1}{\tau^2} + \frac{2\mu}{\tau}}$. Sehingga, $K_s(z) = K_{y-\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{\tau} \sqrt{2\mu\tau + 1}\right)$ adalah

modifikasi fungsi Bessel jenis ketiga (Willwot, 1987). Dimana $E(Y) = \mu$ dan

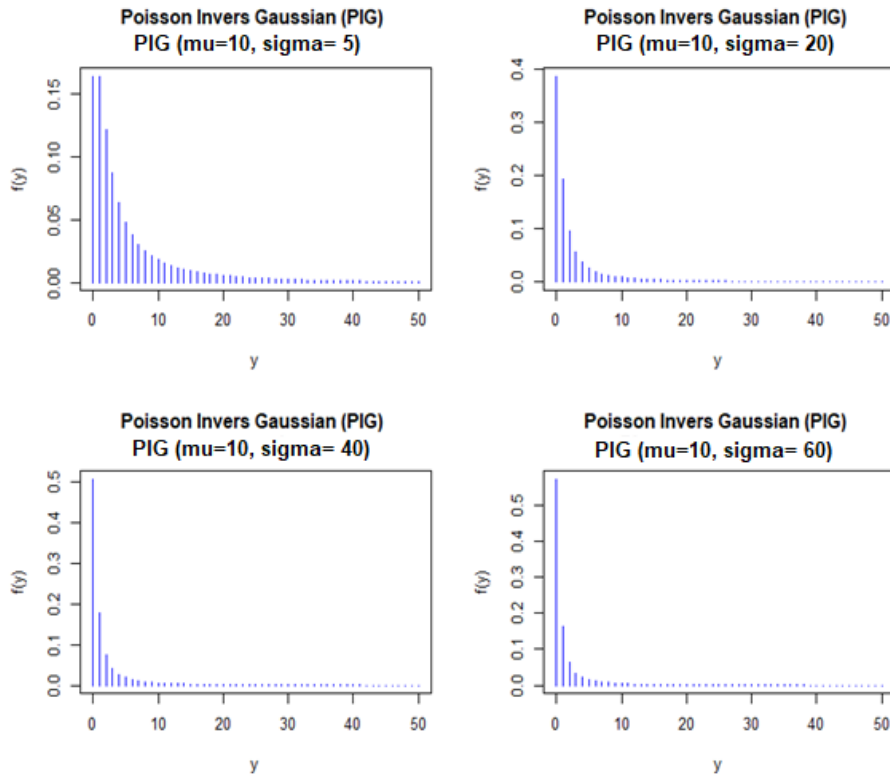
$$Var(Y) = \mu + \tau\mu^2$$

Fungsi pembangkit peluang untuk $PIG(\mu, \tau)$ adalah

$$P(z) = \sum_{y=0}^{\infty} p(y) z^y = e^{\frac{1-(1-2\tau\mu[z-1])^{\frac{1}{2}}}{\tau}} \quad (2.10)$$



Gambar 2.1 Plot distribusi poisson inverse gaussian dengan $\tau=1$ (tetap) pada (a) $\mu = 2$, (b) $\mu = 5$, (c) $\mu = 10$, (d) $\mu = 20$



Gambar 2.2 Plot distribusi poisson inverse gaussian dengan $\mu=10$ (tetap) pada (a) $\tau=5$, (b) $\tau=20$, (c) $\tau=40$, (d) $\tau=60$

Gambar 2.1 menunjukkan pergeseran plot fungsi kepadatan peluang distribusi poisson inverse gaussian (PIG) sepanjang sumbu horizontal. Semakin besar nilai μ , maka kurva semakin bergeser ke kanan, dengan kata lain perubahan nilai μ mengakibatkan kurva mengalami perubahan lokasi. Oleh karena itu, μ disebut parameter lokasi. Gambar 2.2 dibawah menunjukkan bahwa semakin besar τ maka bentuk plot semakin bergeser ke kiri atau ekor kurva semakin pendek. Dengan kata lain perubahan nilai τ mengakibatkan perubahan bentuk kurva. Oleh karena itu, τ disebut parameter bentuk.

2.7 Regresi Poisson Inverse Gaussian

Misalkan Y_i adalah variabel respon untuk pengamatan ke- i dan $\mathbf{x}_i = [1 \ x_{1i} \ x_{2i} \ \cdots \ x_{ki}]^T$ adalah vektor variabel pejelasan untuk pengamatan ke- i yang berdimensi $(k+1) \times 1$. Model Regresi PIG seperti pada persamaan berikut:

$$\mu_i = e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} \text{ atau } \ln(\mu_i) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} \quad (2.11)$$

dengan

$$\mathbf{x}_i = [1 \ x_{1i} \ x_{2i} \ \cdots \ x_{ki}]^T$$

$$\boldsymbol{\beta} = [\beta_0 \ \beta_1 \ \beta_2 \ \cdots \ \beta_k]^T$$

$$Y_i \sim \text{PIG}(\mu_i, \tau)$$

dimana $i = 1, 2, \dots, n$ menunjukkan nomor observasi

2.8 Distribusi Bivariate Poisson Inverse Gaussian (BPIG)

Distribusi *Bivariate Poisson Inverse Gaussian* (BPIG) memiliki dua variabel cacahan yang saling berkorelasi. Misalkan ada dua variabel random Y_1 dan Y_2 yang saling bebas berdistribusi *Poisson*, yang memiliki *mean* masing-masing $\nu\mu_1$ dan $\nu\mu_2$, dan varians $\text{Var}(Y_1) = \mu_1 + \mu_1^2\tau$ dan $\text{Var}(Y_2) = \mu_2 + \mu_2^2\tau$. Variabel ν merupakan variabel random yang berdistribusi *inverse Gaussian* karena Y berdistribusi *Poisson Inverse Gaussian*. Distribusi ini dapat mengatasi terjadinya overdispersi. Adapun fungsi massa peluang bersama untuk Y adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
P(y_1, y_2; \mu_1, \mu_2, \tau) &= \int_0^\infty \prod_{j=1}^2 f(y_j; \mu_j, v) g(v; \tau) dv \\
&= \int_0^\infty \prod_{j=1}^2 \frac{e^{(-v\mu_j)} (v\mu_j)^{y_j}}{y_j!} g(v; \tau) dv
\end{aligned} \tag{2.12}$$

dengan $g(v; \tau)$ adalah fungsi kepadatan peluang untuk v .

Model BPIG didasarkan pada distribusi campuran *inverse* Gaussian yang memiliki fungsi kepadatan peluang pada persamaan (2.8). Berdasarkan persamaan (2.12), distribusi BPIG memiliki fungsi kepadatan bersama sebagai berikut:

$$f(y_1, y_2; \mu_1, \mu_2, \tau) = \left(\frac{2z}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\mu_1^{y_1} \mu_2^{y_2} e^{\frac{1}{\tau}} K_s(z)}{(z\tau)^{y_1+y_2} y_1! y_2!} \tag{2.13}$$

dengan $s = y_1 + y_2 - \frac{1}{2}$ dan $z = \sqrt{\frac{1}{\tau^2} + \frac{2(\mu_1 + \mu_2)}{\tau}}$.

Sehingga $K_s(z) = K_{y_1+y_2-\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{\tau} \sqrt{1+2\tau(\mu_1 + \mu_2)}\right)$ adalah modifikasi fungsi

Bessel jenis ketiga.

2.9 Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression (BPIGR)

Salah satu model regresi dengan dua variabel respon yang berkorelasi satu atau lebih variabel penjelas yaitu model regresi *bivariate*. Misalkan y_{ij} adalah variabel respon untuk pengamatan ke- i dan variabel respon ke- j dan $\mathbf{x}_{ij} = [1 \ x_{1ij} \ x_{2ij} \ \dots \ x_{kij}]^T$ adalah vektor variabel penjelas untuk pengamatan ke- i yang berdimensi $(k+1) \times 1$ dan variabel respon ke- j . Model Regresi BPIG seperti pada Persamaan berikut:

$$(Y_{1i}, Y_{2i}) \sim BPIG(\mu_{ij}, \tau) \tag{2.13}$$

dimana $\mu_{ij} = e^{\mathbf{x}_{ij}^T \boldsymbol{\beta}_j}$ dengan $\mathbf{x}_{ij} = [1 \ x_{1ij} \ x_{2ij} \ \dots \ x_{kij}]^T$ adalah vektor variabel penjelas pada pengamatan ke- i dan variabel respon ke- j ($i = 1, 2, \dots, n$ dan $j = 1, 2$), $\boldsymbol{\beta}_j = [\beta_{j0} \ \beta_{j1} \ \beta_{j2} \ \dots \ \beta_{jk}]^T$ adalah vektor koefisien regresi yang berdimensi $(k+1) \times 1$ pada variabel respon ke- j .

2.9.1 Penaksir Parameter Model Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression (BPIGR)

Penaksir parameter model BPIGR dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) yaitu dengan memaksimumkan fungsi *likelihood*. Parameter yang akan diduga adalah β_j dan τ . Langkah-langkah dalam menduga parameter dengan MLE yaitu membuat fungsi *likelihood*, dimana fungsi kepadatan peluang bersama untuk Y_1 dan Y_2 sebagai berikut

$$f(y_j; \mu_j, \tau, j=1, 2) = e^{\frac{1}{\tau}} K_s(z) \left(\frac{2}{\pi\tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_j \right)^{-\frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_j - 1 \right)}{4}} \prod_{j=1}^2 \frac{\mu_j^{y_j}}{y_j!} \quad (2.14)$$

berdasarkan Persamaan (2.14) maka Persamaan (2.15) dapat ditulis sebagai berikut

$$f(y_j; \beta_j, \tau, j=1, 2) = e^{\frac{1}{\tau}} K_s(z) \left(\frac{2}{\pi\tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{x_j^T \beta_j} \right)^{-\frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_j - 1 \right)}{4}} \prod_{j=1}^2 \frac{e^{y_j x_j^T \beta_j}}{y_j!} \quad (2.15)$$

dimana fungsi *likelihood* sebagai berikut

$$L(\beta_j, \tau, j=1, 2) = \prod_{i=1}^n f(y_{ij}; \beta_j, \tau, j=1, 2) \quad (2.16)$$

Selanjutnya membuat log natural (ln) dari fungsi *likelihood* pada Persamaan (2.17) sebagai berikut

$$l(\beta_j, \tau, j=1, 2) = \ln L(\beta_j, \tau, j=1, 2) \quad (2.17)$$

dari log natural (ln) fungsi *likelihood* pada Persamaan (2.18) dilakukan turunan pertama terhadap parameter β_j dan τ . Dimana syarat perlu untuk

$\beta_j = \beta_{j0}$ dan $\tau = \tau_0$ adalah $\frac{\partial l}{\partial \beta_j} = 0$ dan $\frac{\partial l}{\partial \tau} = 0$. Misalkan $\hat{\theta} = [\hat{\beta}_1 \quad \hat{\beta}_2 \quad \hat{\tau}]$ maka

syarat cukup $\mathbf{H}(\hat{\theta}) = \frac{\partial^2 l(\theta)}{\partial \theta \partial \theta^T} \bigg|_{\theta=\hat{\theta}}$ merupakan definit negatif maka $\theta = \hat{\theta}$

memaksimumkan $l(\theta)$ atau meminimumkan $l(\theta)$.

Namun hasilnya tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga perlu digunakan prosedur iteratif, yaitu menggunakan iterasi numerik Newton Raphson dengan Persamaan sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{m+1} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_m - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_m) \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_m) \quad (2.18)$$

dimana

$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}$: nilai taksiran parameter pada saat iterasi ke m

$\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)})$: vektor gradien dengan parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}$

$\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)})$: matriks Hessian dengan parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}$

Taksiran awal parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)}$ menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS).

Iterasi akan berhenti apabila nilai dari $\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m+1)} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}\| < \varepsilon$, $\varepsilon > 0$ dan sangat kecil.

2.9.2 Pengujian Parameter Model *Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression* (BPIGR)

Pengujian parameter model BPIGR terlebih dahulu ditentukan dua buah fungsi *likelihood* yang berhubungan dengan model regresi yang diperoleh. Fungsi-fungsi *likelihood* yang dimaksud adalah $L(\Omega)$ yaitu nilai *likelihood* untuk model lengkap dengan melibatkan variabel prediktor dan $L(\hat{\omega})$ yaitu nilai *likelihood* untuk model sederhana tanpa melibatkan variabel prediktor. Salah satu metode yang digunakan untuk menentukan statistik uji dalam pengujian parameter model regresi BPIG adalah dengan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT) dengan hipotesis, sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_{j1} = \beta_{j2} = \dots = \beta_{jk} = 0; j = 1, 2 \text{ dan } \tau = 0$$

$$H_1 : \text{Minimal ada satu } \beta_{jl} \neq 0; j = 1, 2; l = 1, 2, \dots, k \text{ dan } \tau \neq 0$$

Statistik uji untuk kelayakan model regresi BPIG adalah sebagai berikut.

$$D(\hat{\beta}) = -2 \ln \left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right) = 2 \left(\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega}) \right) \quad (2.19)$$

Daerah penolakan H_0 adalah $D(\beta) > \chi^2_{(\alpha, v)}$

Apabila keputusan pengujian secara serentak adalah tolak H_0 maka langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian parameter secara parsial untuk

mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh yang signifikan terhadap model. Hipotesis yang digunakan sebagai berikut.

Untuk parameter β

$$H_0 : \beta_{jl} = 0$$

$$H_1 : \beta_{jl} \neq 0; j = 1, 2; l = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji yang digunakan adalah

$$Z_{hitung} = \frac{\hat{\beta}_{jl}}{se(\hat{\beta}_{jl})} \quad (2.20)$$

Nilai $se(\hat{\beta}_{jl}) = \sqrt{\text{var}(\hat{\beta}_{jl})}$ di mana nilai $\text{var}(\hat{\beta}_{jl})$ diperoleh dari elemen diagonal utama dari matriks kovarian dari persamaan berikut:

$$\text{Cov}(\hat{\theta}) = -E(H^{-1}(\hat{\theta}))$$

Daerah penolakan H_0 adalah $|Z_{hitung}| > Z_{\alpha/2}$ dengan α adalah taraf signifikansi.

Parameter τ

$$H_0 : \tau = 0$$

$$H_1 : \tau \neq 0$$

Statistik uji yang digunakan:

$$Z_{hitung} = \frac{\hat{\tau}}{se(\hat{\tau})} \quad (2.21)$$

Nilai $se(\hat{\tau}) = \sqrt{\text{var}(\hat{\tau})}$ di mana nilai $\text{var}(\hat{\tau})$ diperoleh dari elemen diagonal utama ke matriks varian kovarian dari persamaan berikut:

$$\text{Cov}(\hat{\theta}) = -E(H^{-1}(\hat{\theta}))$$

Daerah penolakan H_0 adalah $|Z_{hitung}| > Z_{\alpha/2}$ dengan α adalah taraf signifikansi.

2.10 Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression (GWBPIGR)

Model *Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression* (GWBPIGR) merupakan perluasan dari *Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression* (BPIGR), dimana dalam penaksiran parameternya

mempertimbangkan aspek spasial yaitu dengan menggunakan matriks pembobot spasial. Bentuk persamaan model GWBPIGR sebagai berikut.

$$(Y_{1i}, Y_{2i}) \sim \text{GWBPIGR}(\beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i), \tau) \quad (2.22)$$

$$\mu_j = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_i, v_i))$$

dengan

$\mathbf{x}_i^T = [1 \ x_{1i} \ x_{2i} \ \dots \ x_{Ki}]$ adalah vektor variabel penjelas pada pengamatan ke- i dan variabel respon ke- j ($i = 1, 2, \dots, n$ dan $j = 1, 2$)

$\boldsymbol{\beta}_j(u_i, v_i) = [\beta_{j0}(u_i, v_i) \ \beta_{j1}(u_i, v_i) \ \dots \ \beta_{jK}(u_i, v_i)]^T, j=1,2$ adalah vektor koefisien regresi yang berdimensi $(K+1) \times 1$ pada variabel respon ke- j dengan matrik pembobot spasial.

2.10.1 Penaksiran Parameter Model *Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression (GWBPIGR)*

Penaksir parameter pada model GWBPIGR menggunakan metode *maximum likelihood estimation* (MLE). Parameter yang diduga $\boldsymbol{\beta}_j(u, v)$ dan τ . Metode MLE dilakukan dengan mengambil n sampel random terlebih dahulu, $(Y_{1i}, Y_{2i}, X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{pi})$ dengan $k = 1, 2, \dots, p$ dan $i = 1, 2, \dots, n$.

Fungsi *likelihood* untuk populasi sebagai berikut.

$$L(\boldsymbol{\beta}_j(u_i, v_i); \tau; j = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n) \\ = \prod_{i=1}^n \left(e^{\frac{1}{\tau}} K_s(z(u_i^*, v_i^*)) \left(\frac{2}{\pi\tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_i^*, v_i^*)} \right)^{-\frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ij} - 1 \right)}{4}} \prod_{j=1}^2 \frac{e^{y_{ij} \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_i^*, v_i^*)}}{y_{ij}!} \right)$$

Untuk mendapatkan fungsi \ln *likelihood* maka akan dilakukan transformasi \ln terhadap persamaan di atas sehingga diperoleh fungsi \ln *likelihood* sebagai berikut:

$$Q = \ln L(\boldsymbol{\beta}_j(u_i^*, v_i^*); \tau; j = 1, 2) \\ = \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\frac{1}{\tau}} K_s(z(u_i^*, v_i^*)) \left(\frac{2}{\pi\tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_i^*, v_i^*)} \right)^{-\frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ij} - 1 \right)}{4}} \prod_{j=1}^2 \frac{e^{y_{ij} \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_i^*, v_i^*)}}{y_{ij}!} \right)$$

Fungsi \ln *likelihood* dengan pembobot geografis sebagai berikut:

$$Q^* = \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \ln K_s \left(z(u_{i^*}, v_{i^*}) \right) w_{ii^*} + \ln \left(\frac{2}{\pi \tau} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \left(-\frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \right) \times \\ \ln \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_{i^*}, v_{i^*})} \right) w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ji} \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_{i^*}, v_{i^*}) w_{ii^*} - \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^n \ln(y_{ji}!) w_{ii^*}$$

dengan w_{ii^*} adalah pembobot geografis. Untuk mendapatkan taksiran parameter model GWBPIGR, maka fungsi Q^* diturunkan terhadap masing-masing parameternya dan disamakan dengan nol. Turunan pertama untuk masing-masing parameter sebagai berikut.

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \tau(u_{i^*}, v_{i^*})} = -\frac{1}{\tau^2} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} - \frac{1}{2\tau} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} - \sum_{j=1}^2 y_{ij} \right) \frac{1}{\tau} w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{M(y_{ij}) \left(1 + \tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ij}(u_{i^*}, v_{i^*}) \right)}{\tau^2} w_{ii^*} = 0$$

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} = \sum_{i=1}^n \left[y_{i1} - M(y_{ij}) \mu_{i1}(u_{i^*}, v_{i^*}) \right] \mathbf{x}_i^T w_{ii^*} = 0$$

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})} = \sum_{i=1}^n \left[y_{i2} - \mu_{i2}(u_{i^*}, v_{i^*}) M(y_{ij}) \right] \mathbf{x}_i^T w_{ii^*} = 0$$

Turunan pertama fungsi \ln *likelihood* terhadap parameter yang ingin diduga menghasilkan persamaan yang tidak eksplisit. Sehingga algoritma iterasi *Newton-Raphson* dilakukan untuk menyelesaikan persamaan tersebut dengan menggunakan persamaan:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m+1)}(u_{i^*}, v_{i^*}) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}(u_{i^*}, v_{i^*}) - \mathbf{H}^{-1} \left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}(u_{i^*}, v_{i^*}) \right) \mathbf{g} \left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}(u_{i^*}, v_{i^*}) \right)$$

dimana

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_{i^*}, v_{i^*}) = \left[\boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}) \quad \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*}) \quad \tau \right]^T$$

$$\mathbf{g}^T \left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}(u_{i^*}, v_{i^*}) \right) = \left[\frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} \quad \frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})} \quad \frac{\partial Q^*}{\partial \tau} \right]_{\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_{i^*}, v_{i^*}) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}(u_{i^*}, v_{i^*})}$$

$$\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}^*(u_i^*, v_i^*)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i^*, v_i^*) \partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i^*, v_i^*)} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i^*, v_i^*) \partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i^*, v_i^*)} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i^*, v_i^*) \partial \tau} \\ \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i^*, v_i^*) \partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i^*, v_i^*)} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i^*, v_i^*) \partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i^*, v_i^*)} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i^*, v_i^*) \partial \tau} \\ \text{simetris} & & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \tau^2} \end{bmatrix}_{\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i^*, v_i^*) = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(r)}(u_i^*, v_i^*)}$$

Nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}^*$ merupakan nilai taksiran parameter pada saat iterasi ke m, $\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}^*)$ merupakan vektor gradien dengan parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}^*$, dan $\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}^*)$ adalah matriks Hessian dengan parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}^*$. Taksiran awal parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)}^*$ menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS). Iterasi akan berhenti apabila nilai dari $\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m+1)}^* - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}^*\| < \varepsilon$, $\varepsilon > 0$ dan sangat kecil.

2.10.2 Pengujian Parameter Model Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression (GWBPIGR)

Pengujian hipotesis secara serentak terhadap parameter *Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression* (GWBPIGR) menggunakan metode *maximum likelihood ratio test* (MLRT). Hipotesis yang digunakan sebagai berikut.

$$H_0 : \beta_{j1}(u_i, v_i) = \beta_{j2}(u_i, v_i) = \dots = \beta_{jp}(u_i, v_i) = 0 \text{ dengan } i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2 \text{ dan } k = 1, 2, \dots, p$$

$$H_1 : \text{Paling sedikit ada satu } \beta_{jk}(u_i, v_i) \neq 0 \text{ dengan } i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2 \text{ dan } k = 1, 2, \dots, p$$

Statistik uji yang digunakan adalah

$$G^2 = -2 \ln \left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right) = 2 \left[l(\hat{\Omega}) - l(\hat{\omega}) \right] \quad (2.23)$$

dengan

$$\begin{aligned} \ln L(\hat{\Omega}) &= \frac{n}{\hat{\tau}} - \frac{n}{2} \ln \hat{\tau} + \frac{n}{2} \ln \left(\frac{2}{\pi} \right) + \sum_{i=1}^n \ln K_s(z(u_i, v_i)) - \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ij} - 1 \right)}{4} \ln \left(1 + 2 \hat{\tau} \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_j(u_i, v_i)} \right) + \\ &\quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ij} \mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_j(u_i, v_i) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ij} ! \end{aligned}$$

$$\ln L(\hat{\omega}) = \frac{1}{\tau_{\omega}} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \ln K_s \left(z_{\omega} (u_i^*, v_i^*) \right) w_{ii^*} + \ln \left(\frac{2}{\pi \tau_{\omega}} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} - \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \times \\ \ln \left(1 + 2 \tau_{\omega} \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right) w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ji} \beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*) w_{ii^*} - \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^n \ln(y_{ji}!) w_{ii^*}$$

Statistik uji G^2 merupakan pendekatan dari distribusi χ^2 dengan derajat bebas u dengan v adalah banyaknya parameter di bawah populasi dikurangi banyaknya parameter di bawah H_0 . Kriteria penolakan H_0 adalah $G_{hitung}^2 > \chi_{\alpha, v}^2$. Jika hasil dari pengujian hipotesis memutuskan tolak H_0 , maka kesimpulan yang diperoleh adalah variabel penjelas berpengaruh terhadap variabel respon secara bersama-sama dengan derajat kesalahan 5%.

2.11 Mixed Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression (MGWBPIGR)

Model *Mixed Geographically Weighted Regression* merupakan model dimana variabel prediktor berpengaruh secara global dan lokal terhadap variabel respon. Model *mixed bivariate geographically weighted regression* secara umum dapat ditulis sebagai berikut.

$$\mu_j = \exp \left(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j^* (u_i, v_i) + \mathbf{x}^{*T} \gamma_j \right), j = 1, 2 \quad (2.24)$$

dimana matriks koefisien bersifat lokal dapat dijelaskan sebagai berikut.

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_j = \left[\beta_{0j}(u_i, v_i) \quad \beta_{1j}(u_i, v_i) \quad \dots \quad \beta_{Kj}(u_i, v_i) \right]^T$$

$$\mathbf{x}_j = \left[1 \quad x_{1j} \quad x_{2j} \quad \dots \quad x_{Kj} \right]^T$$

sedangkan matriks koefisien yang bersifat global sebagai berikut.

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}}_j = \left[\gamma_{(K+1)j} \quad \gamma_{(K+2)j} \quad \dots \quad \gamma_{pj} \right]^T$$

$$\mathbf{x}^{*T} = \left[x_{(K+1)j}^* \quad x_{(K+2)j}^* \quad \dots \quad x_{pj}^* \right]$$

Penaksiran parameter model dan pengujian parameter, dan penghitungan ukuran kebaikan model akan dibahas lebih lanjut pada bagian analisis dan pembahasan.

2.12 Efek Spasial

Analisis spasial dilakukan jika data yang digunakan memenuhi aspek spasial yaitu memiliki sifat *error* yang saling berkorelasi atau memiliki heterogenitas spasial (Anselin, 1988).

2.12.1 Pengujian Heterogenitas Spasial

Perbedaan karakteristik antara satu titik pengamatan dengan titik pengamatan lainnya menyebabkan adanya heterogenitas spasial. Hipotesis yang digunakan untuk melihat apakah terdapat heterogenitas spasial sebagai berikut.

$$H_0 : \sum_1 = \sum_2 = \dots = \sum_n = \sum \quad (\text{tidak terdapat heterogenitas spasial})$$

$$H_1 : \text{Minimal ada satu } \sum_i \neq \sum; i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{terdapat heterogenitas spasial})$$

Pengujian hipotesis tersebut dapat dilakukan menggunakan metode glejser, yaitu melakukan uji serentak dari model regresi sebagai berikut

$$\hat{\varepsilon}_{ji}^2 = \beta_{j0} + \beta_{j1}x_{1i} + \beta_{j2}x_{2i} + \dots + \beta_{jk}x_{ki}; j = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n$$

Formula hipotesis untuk uji gletser sebagai berikut

$$H_0 : \gamma_{h1} = \gamma_{h2} = \dots = \gamma_{hk} = 0; h = 1, 2, \dots, p$$

$$H_1 : \text{Minimal ada satu } \gamma_{hl} \neq 0; h = 1, 2, \dots, p; l = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji sebagai berikut

$$G^2 = \left[n - k - 1 - \frac{1}{2}(j - k + 1) \right] \ln \left(\frac{\left| \hat{\Sigma}_{\Omega} \right|}{\left| \hat{\Sigma}_{\omega} \right|} \right) \sim \chi^2_{(\alpha; pk)} \quad (2.25)$$

dimana Σ_{ω} adalah matriks varian kovarian dibawah H_0 dan Σ_{Ω} adalah matriks varian kovarian dibawah populasi (Johnson & Wichern, 2007). Kriteria penolakan yaitu tolak H_0 jika nilai $G^2 > \chi^2_{(\alpha; pk)}$

2.12.2 Matrik Pembobot

Matrik pembobot dapat dibedakan menurut tipe data spasial, yaitu tipe titik dan tipe area. Tipe data area menggunakan konsep garis tepi dan persekitaran dimana untuk masing-masing area dinyatakan berdasarkan lokasi dan pembobot pengukurannya. Sedangkan tipe data titik digunakan ketika variabel penting yang dianalisis adalah lokasi dari suatu kejadian. Penggunaan pembobot pada pemodelan yang salah akan meningkatkan standar error estimasi mean variabel dependen dan

tidak menyebabkan estimasi menjadi bias. Sedangkan penggunaan pembobot yang tepat selalu akan meminimumkan standar error. Pada data geostatistik, data dianalisis dengan pendekatan parametrik menggunakan variogram, kriging, dan cokriging. sedangkan pendekatan non parametrik digunakan pada data pola titik dengan menggunakan fungsi kernel.

Pada jenis data titik, pembobot untuk setiap lokasi ke- i pada koordinat (u_i, v_i) dinyatakan dengan $\mathbf{W}(u_i, v_i)$, sehingga bobot lokasi j pada lokasi i dinyatakan dengan $w_j(u_i, v_i)$, dengan $i = 1, 2, \dots, n$ dan n adalah jumlah lokasi. Lokasi suatu titik (u_i, v_i) akan lebih dipengaruhi oleh titik-titik yang dekat dengan lokasi (u_i, v_i) dari pada titik-titik yang lebih jauh (Fotheringham, Brunsdon, & Charlton, 2002). Beberapa jenis pembobot fungsi kernel diantaranya:

a. Fungsi *Fixed Kernel Gaussian*

$$w_{ij} = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{ij}}{h}\right)^2\right) \quad (2.26)$$

Fungsi tersebut memberikan pembobot yang semakin menurun mengikuti fungsi Gaussian ketika d_{ij} semakin besar. Matriks pembobot di lokasi i dapat ditulis pada persamaan berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{(u_i, v_i)} &= \text{diag}\left[w_1(u_i, v_i), w_2(u_i, v_i), \dots, w_n(u_i, v_i)\right] \\ &= \text{diag}\left[\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{i1}}{h}\right)^2\right), \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{i2}}{h}\right)^2\right), \dots, \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{in}}{h}\right)^2\right)\right] \end{aligned} \quad (2.27)$$

b. *Adaptive Bisquare Kernel*

$$w_{ij} = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{d_{ij}}{h_i}\right)^2\right)^2 & \text{untuk } d_{ij} \leq h_i \\ 0 & \text{untuk } d_{ij} > h_i \end{cases} \quad (2.28)$$

Dengan d_{ij} merupakan jarak Euclidean dan h_i adalah nilai *bandwidth*. Bandwith merupakan *boundary* (luasan) dengan radius h dari titik pusat lokasi, dimana digunakan sebagai dasar menentukan bobot setiap pengamatan. Pemilihan nilai

bandwith ini sangat penting dalam pemodelan untuk mendapatkan ketepatan model.

c. *Fixed Bisquare*

$$w_{ij} = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{d_{ij}}{h}\right)^2\right)^2 & \text{untuk } d_{ij} \leq h \\ 0 & \text{untuk } d_{ij} > h \end{cases} \quad (2.29)$$

Fungsi tersebut memberikan pembobot nol ketika lokasi j berada di luar radius h . sementara itu, lokasi j berada di luar radius h maka diberi pembobot yang mengikuti fungsi *bisquare*.

d. *Adaptive Gaussian*

$$w_{ij} = \exp\left(-\frac{d_{ij}^2}{h_i^2}\right) \quad (2.30)$$

Jarak *Euclidean* (d_{ij}) antara lokasi ke- i dan lokasi ke- j dengan menggunakan persamaan:

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} \quad (2.31)$$

Sedangkan h_i adalah parameter penghalus atau yang disebut sebagai *bandwidth* dari lokasi ke- i . *Bandwidth* dapat dianalogikan sebagai radius suatu lingkaran, sehingga sebuah titik yang berada didalam radius lingkaran dianggap masih memiliki pengaruh. Penentuan *bandwidth* optimum memiliki peranan penting dalam pembentukan matriks pembobot karena akan berpengaruh pada ketepatan model terhadap data yang berkaitan dengan variansi dan bias dari penaksir yang dihasilkan. Oleh karena itu, *bandwidth* optimum diperlukan untuk mengatur besar kecilnya variansi dan bias tersebut (Nakaya, Fotheringham, Brunson, & Charlton, 2005). Pemilihan *bandwidth* optimum dapat dilakukan dengan metode *Generalized Cross Validation* (GCV) yang didefinisikan sebagai berikut.

$$\min \left\{ n \sum_{i=1}^n \frac{[\mathbf{Y}_i - \hat{\mathbf{Y}}_{\neq i}(h)]^T [\mathbf{Y}_i - \hat{\mathbf{Y}}_{\neq i}(h)]}{(n - a_1)^2} \right\} \min \left\{ n \sum_{i=1}^n \frac{[\mathbf{y}_i - \hat{\mathbf{y}}_{\neq i}(h)]}{(n - a_1)^2} \right\} \quad (2.32)$$

dimana

y_i = nilai pengamatan variabel respon ke- i

$\hat{y}_{\neq i}(h)$ = nilai dugaan y_i dengan pengamatan pada titik ke- i

h = *bandwidth*

n = banyaknya pengamatan

a_1 = $Tr(S)$

S = matriks yang mewakili nilai estimasi MGWBPIGR

Proses untuk mendapatkan *bandwidth* yang meminimumkan nilai GCV bisa dilakukan dengan menggunakan teknik *golden section search* (Fotheringham, Brunson, & Charlton, 2002).

2.13 Multikolinieritas

Multikolinearitas adalah kondisi terdapatnya hubungan linier atau korelasi yang tinggi antara masing-masing variabel independen dalam model regresi. Menurut Draper dan Smith (1992) multikolinearitas biasanya terjadi ketika sebagian besar variabel yang digunakan saling terkait dalam suatu model regresi. Oleh karena itu masalah multikolinearitas tidak terjadi pada regresi linier sederhana yang hanya melibatkan satu variabel independen. Menurut Hocking (1996) pendeteksian adanya kasus multikolinieritas dapat dilihat dengan *Variance Inflation Factors* (VIF) dirumuskan dalam persamaan sebagai berikut:

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2} \quad (2.33)$$

R_j^2 merupakan nilai koefisien determinasi antara variabel x_j dengan variabel prediktor lainnya. Nilai VIF yang lebih besar dari 10 menunjukkan adanya kasus multikolinieritas antar variabel prediktor. Multikolinieritas dapat diatasi dengan mengeluarkan salah satu variabel independen yang berkorelasi tinggi dengan variabel independen yang lain. Pengeluaran variabel ini dapat dilakukan secara manual ataupun otomatis melalui metode *stepwise*.

2.14 Koefisien Korelasi

Koefisien korelasi merupakan suatu indikator atau suatu nilai dalam hubungan linear antara dua variabel (Draper & Smith, 1998). Koefisien korelasi didefinisikan seperti pada persamaan berikut ini:

$$r_{y_1, y_2} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_{1i} - \bar{y}_1)(y_{2i} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n (y_{1i} - \bar{y}_1)^2\right)\left(\sum_{i=1}^n (y_{2i} - \bar{y}_2)^2\right)}} \quad (2.34)$$

Koefisien korelasi dapat menunjukkan dua hubungan, yaitu positif dan negatif. Nilai positif dan negatif dikarenakan nilai koefisien korelasi berkisar antara -1 hingga 1 atau dapat ditulis $-1 \leq r_{y_1, y_2} \leq 1$. Apabila nilai korelasi mendekati 1, baik positif maupun negatif berarti kedua variabel memiliki hubungan yang erat secara linier. Nilai korelasi nol menunjukkan bahwa kedua variabel tidak memiliki hubungan erat secara linier. Nilai korelasi yang positif menunjukkan adanya hubungan berbanding lurus pada dua variabel tersebut, sedangkan nilai korelasi yang negatif menunjukkan hubungan yang berbanding terbalik. Pengujian korelasi untuk variabel respon dilakukan dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0 : \rho_{12} = 0$; tidak terdapat hubungan antara Y_1 dan Y_2

$H_1 : \rho_{12} \neq 0$; terdapat hubungan antara Y_1 dan Y_2

Statistik uji yang digunakan pada pengujian ini adalah sebagai berikut.

$$t = \frac{r_{y_1, y_2} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1 - (r_{y_1, y_2})^2}} \quad (2.35)$$

Kriteria keputusan adalah tolak H_0 apabila $|t_{hitung}| > t_{(\alpha/2, (n-2))}$.

2.15 Pengujian Distribusi Bivariate Poisson

Pengujian distribusi bivariat Poisson dilakukan untuk mengetahui variabel respon Y_1 dan Y_2 mengikuti distribusi bivariat Poisson atau tidak. Loukas dan Kemp's (1986) dalam (Best, 1999) melakukan pengujian distribusi bivariat Poisson dengan pendekatan index of dispersion test (I_B). Hipotesis yang digunakan adalah $H_0: F(x) = F_0(x)$ untuk Y_1 dan Y_2 (Y_1 dan Y_2 mengikuti distribusi bivariat poisson)

$H_1: F(x) \neq F_0(x)$ untuk Y_1 dan Y_2 (Y_1 dan Y_2 tidak mengikuti distribusi bivariat poisson)

Statistik uji yang digunakan adalah

$$I_B = \frac{n(\bar{Y}_2 S_{Y_1}^2 - 2m_{11}^2 + \bar{Y}_1 S_{Y_2}^2)}{(\bar{Y}_1 \bar{Y}_2 - m_{11}^2)} \quad (2.36)$$

dengan

n = jumlah data pada variabel respon (Y_1 dan Y_2)

\bar{Y}_1 = nilai rata-rata variabel respon (Y_1)

\bar{Y}_2 = nilai rata-rata variabel respon (Y_2)

$$S_{Y_1}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_{1i} - \bar{Y}_1)^2}{n} \quad \text{dan} \quad S_{Y_2}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_{2i} - \bar{Y}_2)^2}{n}$$

$$m_{11} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_{1i} - \bar{Y}_1)(Y_{2i} - \bar{Y}_2)}{n}$$

Daerah penolakan H_0 adalah $I_B > \chi_{(\alpha; 2n-3)}^2$ (Best, 1999)

2.16 Kriteria Kebaikan Model

Beberapa metode dalam menentukan model terbaik, salah satunya adalah *Akaike Information Criterion (AIC)*. Kriteria *AIC* biasanya digunakan apabila pembentukan model regresi bertujuan untuk mendapatkan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap model bukan untuk melakukan suatu prediksi. Besarnya nilai *AIC* sejalan dengan nilai devians dari model. Semakin kecil nilai devians maka akan semakin kecil pula tingkat kesalahan model, sehingga model yang diperoleh menjadi semakin tepat. Oleh karena itu, model terbaik adalah model yang mempunyai nilai *AIC* terkecil. Penghitungan *AIC* untuk model regresi dengan multivariat respon sebagai berikut (Johnson & Wichern, 2007)

$$AIC = n \ln \left(\left| \hat{\Sigma}_d \right| \right) - 2mk \quad (2.37)$$

n = banyaknya pengamatan

$$\hat{\Sigma}_d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{\epsilon}_i^T \hat{\epsilon}_i; \quad \hat{\epsilon}_i = Y_i - \hat{Y}_i$$

m = banyaknya variabel respon

k = banyaknya variabel prediktor

2.17 Kematian Bayi

Kematian bayi adalah kematian yang terjadi saat setelah bayi lahir sampai bayi belum berusia tepat satu tahun. Indikator yang digunakan untuk kematian bayi adalah AKB. AKB adalah angka yang menunjukkan banyaknya kematian bayi usia 0 tahun dari setiap 1000 kelahiran hidup pada tahun tertentu atau dapat dikatakan juga sebagai probabilitas bayi meninggal sebelum mencapai usia satu tahun (dinyatakan dengan per seribu kelahiran hidup). Menurut BPS (2017) untuk menghitung AKI digunakan rumus sebagai berikut.

$$AKB = \frac{\sum K_{0-<1th}}{\sum \text{Kelahiran hidup}} \times 1000 \quad (2.38)$$

dimana:

$\sum K_{0-<1th}$: Jumlah kematian bayi berusia dibawah 1 (satu) tahun pada tahun 2015.

\sum Kelahiran hidup : Jumlah kelahiran hidup

2.18 Kematian Ibu

Menurut WHO, kematian ibu (*maternal death*) adalah kematian selama kehamilan atau dalam periode 42 hari setelah berakhirnya kehamilan, yang disebabkan oleh kehamilan atau penanganannya, tetapi bukan disebabkan oleh kecelakaan atau cedera. Lima penyebab kematian ibu terbesar yaitu perdarahan, hipertensi dalam kehamilan (HDK), infeksi, partus lama/macet, dan abortus (Kementrian Kesehatan Republik Indonesia, 2015). Menurut BPS (2017) untuk menghitung AKI digunakan rumus sebagai berikut.

$$AKI = \frac{D_{hamil}}{JLH} \times 1000 \quad (2.39)$$

dimana:

D_{hamil} : Jumlah kematian ibu dalam tahap kehamilan atau kelahiran tahun 2015

JLH : Jumlah kelahiran hidup

2.19 Faktor-Faktor yang Diduga Mempengaruhi Kematian Bayi dan Kematian Ibu

Faktor-faktor yang mempengaruhi kematian bayi dan kematian ibu sebagai berikut:

1. Determinan Kontekstual yaitu pendidikan ibu dan pendapatan rumah tangga. Tingkat pendidikan ibu dapat mempengaruhi kelangsungan hidup anak karena mempengaruhi pilihan dan kemampuan dalam pemeliharaan kesehatan terkait dengan kontrasepsi, gizi, kebersihan pencegahan penyakit dan perawatan anak saat sakit. Tingkat pendapatan rumah tangga berkaitan dengan kesejahteraan dan kemiskinan. Anak yang berada dalam rumah tangga miskin umumnya memiliki angka kematian balita lebih dari dua kali lipat dari kematian balita di kelompok kuintil paling sejahtera (Unicef, 2012).

2. Determinan Antara

a. Keluarga Berencana (KB) aktif

Menurut Kemenkes RI (2015) KB merupakan salah satu strategi untuk mengurangi kematian ibu khususnya ibu dengan kondisi 4T; terlalu muda melahirkan (di bawah usia 20 tahun), terlalu sering melahirkan, terlalu dekat jarak melahirkan, dan terlalu tua melahirkan (di atas usia 35 tahun).

b. Ibu hamil mendapatkan tablet Fe³

Salah satu komponen pelayanan kesehatan ibu hamil yaitu pemberian zat besi sebanyak 90 tablet (Fe³). Zat besi merupakan mineral yang dibutuhkan tubuh untuk membentuk sel darah. Selain digunakan untuk pembentukan sel darah merah, zat besi juga berperan sebagai salah satu komponen dalam membentuk mioglobin (protein pembawa oksigen ke otot), kolagen (protein pada tulang, tulang rawan, dan jaringan penyambung), serta enzim. Selama hamil, asupan zat besi harus ditambah mengingat selama kehamilan, volume darah pada tubuh ibu meningkat. Sehingga, untuk dapat tetap memenuhi kebutuhan ibu dan menyuplai makanan serta oksigen pada janin melalui plasenta, dibutuhkan asupan zat besi yang lebih banyak. Selain itu, zat besi juga membantu dalam mempercepat proses penyembuhan luka khususnya luka saat proses persalinan. Kekurangan zat besi sejak sebelum kehamilan bila tidak diatasi dapat mengakibatkan ibu hamil menderita anemia yang memicu kejadian bayi dengan berat badan lahir rendah (BBLR), infeksi terhadap janin dan ibu, keguguran, dan kelahiran prematur.

c. Pelayanan Imunisasi Tetanus Toksoid bagi Ibu Hamil

Salah satu penyebab kematian ibu dan kematian bayi yaitu infeksi tetanus

yang disebabkan oleh bakteri *Clostridium tetani* sebagai akibat dari proses persalinan yang tidak aman/steril atau berasal dari luka yang diperoleh ibu hamil sebelum melahirkan yang menyerang sistem syaraf pusat.

d. Kunjungan Ibu Hamil K4

Ibu hamil yang mendapatkan pelayanan antenatal sesuai standar paling sedikit empat kali, dengan distribusi pemberian pelayanan yang dianjurkan adalah minimal satu kali pada triwulan pertama, satu kali pada triwulan kedua dan dua kali pada triwulan ketiga umur kehamilan. Pelayanan yang mencakup minimal : (1) Timbang badan dan ukur tinggi badan, (2) Ukur tekanan darah, (3) Nilai status gizi (ukur lingkar lengan atas), (4) (ukur) tinggi fundus uteri, (5) Tentukan presentasi janin & denyut jantung janin(DJJ), (6) Skrining status imunisasi tetanus dan pemberian Tetanus Toksoid, (7) Pemberian tablet besi (90 tablet selama kehamilan), (8) Test laboratorium sederhana (Hb, Protein Urine) dan atau berdasarkan indikasi (HbsAg, Sifilis, HIV, Malaria, TBC), (9) Tata laksana kasus, (10) Temu wicara (pemberian komunikasi interpersonal dan konseling (Kemenkes RI, 2015).

e. Penolong persalinan oleh tenaga kesehatan

Upaya lain yang dilakukan untuk menurunkan kematian ibu dan kematian bayi yaitu dengan mendorong agar setiap persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan terlatih yaitu dokter spesialis kebidanan dan kandungan (SpOG), dokter umum, dan bidan, serta diupayakan dilakukan di fasilitas pelayanan kesehatan. Pertolongan persalinan adalah proses pelayanan persalinan yang dimulai pada kala I sampai dengan kala IV persalinan. Keberhasilan program ini diukur melalui indikator persentase persalinan ditolong tenaga kesehatan terlatih (Cakupan PN) dan persentase persalinan di fasilitas pelayanan kesehatan (cakupan PF).

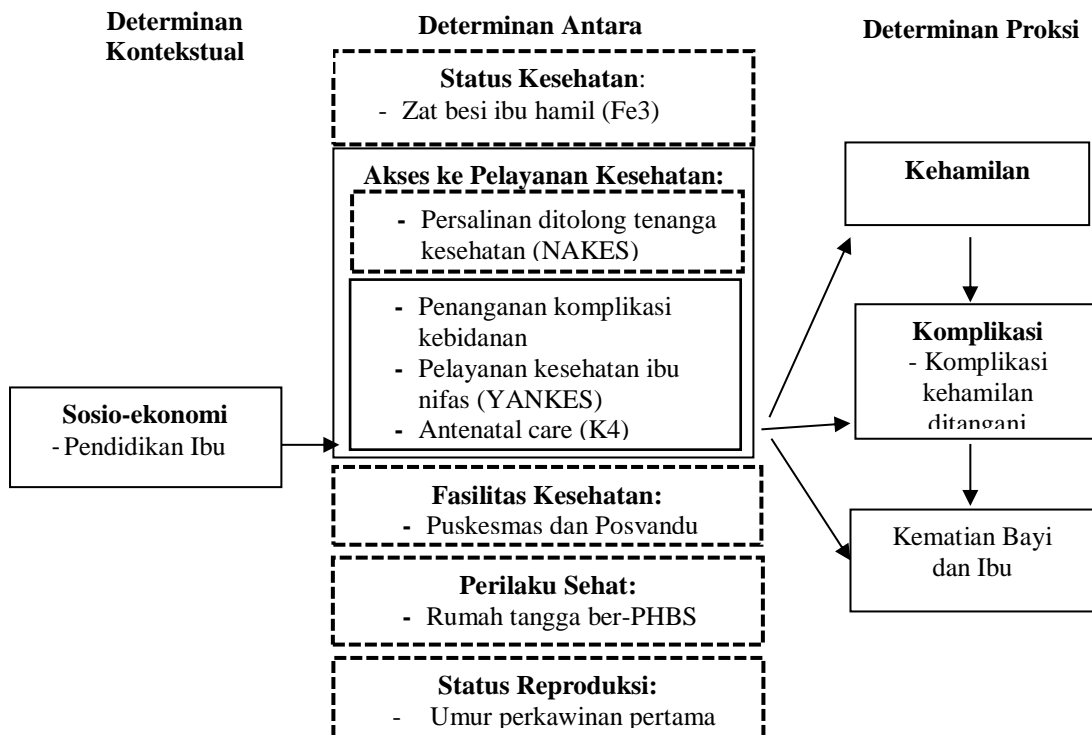
f. Fasilitas kesehatan

Analisis kematian ibu yang dilakukan Direktorat Bina Kesehatan Ibu pada tahun 2010 membuktikan bahwa kematian ibu terkait erat dengan penolong persalinan dan tempat/ fasilitas persalinan. Persalinan yang ditolong tenaga kesehatan terbukti berkontribusi terhadap turunnya risiko kematian ibu. Demikian pula dengan tempat/fasilitas, jika persalinan dilakukan di fasilitas

pelayanan kesehatan, juga akan semakin menekan risiko kematian ibu.

g. Rumah Tangga ber PHBS (Perilaku Hidup Bersih dan Sehat)

Rumah tangga yang seluruh anggotanya berperilaku hidup bersih dan sehat, yang meliputi 10 indikator, yaitu pertolongan persalinan oleh tenaga kesehatan, bayi diberi ASI eksklusif, balita ditimbang setiap bulan, menggunakan air bersih, mencuci tangan dengan air bersih dan sabun, menggunakan jamban sehat, memberantas jentik di rumah sekali seminggu, makan sayur dan buah setiap hari, melakukan aktivitas fisik setiap hari, dan tidak merokok di dalam rumah (Kementrian Kesehatan Republik Indonesia, 2015).



Gambar 2.3 Modifikasi Model Konseptual McCarthy dan Maine (1992) pada Hubungan Kematian Bayi dan Kematian Ibu dengan Faktor-Faktor yang Mempengaruhi.

Keterangan:

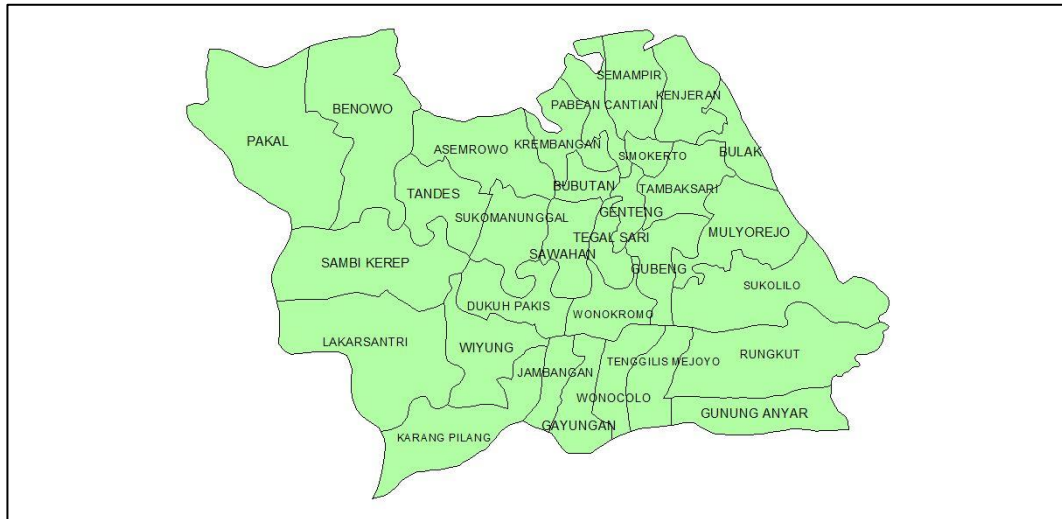
- Variabel yang diteliti
- Variabel yang tidak diteliti

BAB 3

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder dengan data variabel respon yaitu jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu pada 31 kecamatan di Kota Surabaya tahun 2015, diperoleh dari profil kesehatan Dinas Kesehatan Kota Surabaya. Sedangkan untuk variabel prediktor diperoleh dari profil kesehatan Dinas Kesehatan Kota Surabaya.



Gambar 3.1 Wilayah Administrasi Kota Surabaya

3.2 Identifikasi Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian terdiri dari dua variabel respon (Y) yaitu jumlah kasus kematian bayi dan jumlah kasus kematian ibu. Selanjutnya ada lima variabel prediktor (X). Variabel yang digunakan dalam penelitian ini dapat dituliskan dalam Tabel 3.1 sebagai berikut.

Tabel 3.1 Variabel Penelitian

Variabel	Keterangan
Y_1	Jumlah Kematian Bayi
Y_2	Jumlah Kematian Ibu
X_1	Rasio Tenaga Kesehatan
X_2	Persentase Persalinan oleh Tenaga Kesehatan

Tabel 3.1 Variabel Penelitian (Lanjutan)

Variabel	Keterangan
X_3	Persentase Ibu Hamil Mendapatkan Tablet Fe3
X_4	Persentase Rumah Tangga ber-PHBS
X_5	Rasio Puskesmas

Berikut merupakan definisi operasional variabel yang digunakan dalam penelitian.

1. Jumlah kematian ibu adalah jumlah kematian perempuan pada saat hamil atau kematian dalam 42 hari setelah berakhirnya kehamilan tanpa mempertimbangkan umur dan jenis kehamilan sebagai komplikasi persalinan atau nifas dengan penyebab terkait oleh kehamilan dan penanganan kehamilan, tetapi bukan karena kecelakaan dan lainnya.
2. Jumlah kematian bayi adalah jumlah kematian yang terjadi antara saat setelah bayi lahir sampai bayi belum berusia tepat satu tahun.
3. Rasio tenaga kesehatan adalah jumlah tenaga kesehatan tiap kecamatan dibagi dengan jumlah penduduk di tiap kecamatan tersebut dikali 100%.
4. Persentase persalinan oleh tenaga kesehatan adalah jumlah ibu bersalin yang ditolong oleh tenaga kesehatan yang memiliki kompetensi kebidanan (dokter kandungan dan kebidanan, dokter umum, dan bidan) di satu wilayah kerja pada kurun waktu tertentu dibagi dengan jumlah ibu bersalin di satu wilayah kerja pada kurun waktu yang sama dikali 100%.
5. Persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 adalah jumlah ibu hamil yang mendapat tablet Fe3 selama periode kehamilannya pada wilayah dan kurun waktu tertentu dibagi jumlah ibu hamil pada wilayah dan kurun waktu yang sama dikali 100%.
6. Persentase Rumah tangga Ber-PHBS adalah jumlah rumah tangga yang berperilaku melaksanakan 10 indikator PHBS pada kurun waktu tertentu dibagi dengan jumlah tangga yang diperiksa pada kurun waktu yang sama pada kecamatan di Kota Surabaya dikali dengan 100%.
7. Rasio puskesmas adalah jumlah puskesmas tiap kecamatan dibagi dengan jumlah penduduk di tiap kecamatan tersebut dikali 100%.

3.3 Struktur Data

Adapun struktur data analisis faktor-faktor yang mempengaruhi angka kematian bayi dan kematian ibu di Kota Surabaya dengan menggunakan MGWBPIGR sebagai berikut.

Tabel 3.2 Struktur Data

Wilayah	Koordinat		Y_1	Y_2	X_1	X_2	...	X_5
	u_i	v_i						
Karang Pilang	u_1	v_1	$y_{1.1}$	$y_{1.2}$	$x_{1.1}$	$x_{1.2}$...	$x_{1.5}$
Jambangan	u_2	v_2	$y_{2.1}$	$y_{2.2}$	$x_{2.1}$	$x_{2.2}$...	$x_{2.5}$
Gayungan	u_3	v_3	$y_{3.1}$	$y_{3.2}$	$x_{3.1}$	$x_{3.2}$...	$x_{3.5}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots
Pakal	u_{31}	v_{31}	$y_{31.1}$	$y_{31.2}$	$x_{31.1}$	$x_{31.2}$...	$x_{31.5}$

dimana :

u_i = Koordinat bujur timur (BT)

v_i = Koordinat lintang selatan (LS)

3.4 Langkah-langkah Penelitian

Langkah analisis data yang dilakukan pada penelitian ini dapat ditulis sebagai berikut.

A. Langkah-langkah untuk mendapatkan taksiran parameter model MGWBPIGR:

1. Menentukan fungsi likelihood pada model MGWBPIGR.

$$L(\beta_j(u_i, v_i); \tau; \gamma; j = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n)$$

$$= \prod_{i=1}^n \left(e^{\frac{1}{\tau}} K_s(z(u_i, v_i)) \left(\frac{2}{\pi\tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \beta_j^*(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \gamma_j} \right)^{-\frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4}} \prod_{j=1}^2 \frac{e^{y_{ji} \mathbf{x}_i^T \beta_j(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \gamma_j}}{y_{ji}!} \right)$$

2. Menentukan logaritma natural (ln) dari fungsi likelihood pada model MGWBPIGR

$$\ln L(\beta_j(u_i, v_i); \tau; \gamma; j = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n)$$

$$= \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\tau} K_s(z(u_i, v_i)) \left(\frac{2}{\pi\tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j^*(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^{*T} \gamma_j} \right)^{-\frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4}} \prod_{j=1}^2 \frac{e^{y_{ji} \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^{*T} \gamma_j}}{y_{ji}!} \right)$$

3. Memberikan pembobot geografis pada fungsi transformasi logaritma natural dari fungsi likelihood pada model MGWBPIGR.

$$\begin{aligned} Q^* = & \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \ln K_s(z(u_{i^*}, v_{i^*})) w_{ii^*} + \ln \left(\frac{2}{\pi\tau} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \left(-\frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \right) \times \\ & \ln \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}_i^{*T} \gamma_j} \right) w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \left(y_{ji} \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}_i^{*T} \gamma_j \right) w_{ii^*} \\ & - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \ln(y_{ji}!) w_{ii^*} \end{aligned}$$

4. Mencari turunan parsial pertama dari fungsi transformasi logaritma natural dari fungsi likelihood pada model MGWBPIGR .
5. Mencari turunan parsial kedua dari fungsi transformasi logaritma natural dari fungsi likelihood pada model MGWBPIGR.
6. Mencari taksiran parameter $\beta_{jl}(u_i, v_i), \tau(u_i, v_i)$ dan γ_j . Apabila hasil penurunan pertama terhadap parameter dihasilkan persamaan yang tidak *close form* maka untuk mendapatkan penaksir parameter fungsi dimaksimumkan dengan Iterasi Newton Raphson.

B. Langkah-langkah untuk mendapatkan statistik uji untuk pengujian serentak pada model MGWBPIGR sebagai berikut.

1. Membentuk hipotesis untuk menguji model MGWBPIGR.

$$H_0 : (\beta_{j1}(u_i, v_i), \gamma_j) = (\beta_{j2}(u_i, v_i), \gamma_j) = \dots = (\beta_{jp}(u_i, v_i), \gamma_j) = 0$$

dengan $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2$ dan $k = 1, 2, \dots, p$

$$H_1 : \text{Minimal ada satu } (\beta_{jk}(u_i, v_i), \gamma_j) \neq 0 \text{ dengan } i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2$$

dan $k = 1, 2, \dots, p$

2. Menentukan himpunan parameter-parameter dibawah H_0 .

3. Menentukan himpunan parameter-parameter dibawah populasi.
4. Membuat fungsi likelihood dibawah H_0 ($L(\omega)$)
5. Membuat fungsi likelihood dibawah populasi ($L(\Omega)$)
6. Menentukan statistik uji dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT).

$$G^2 = -2 \ln \left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right) = 2 \left[l(\hat{\Omega}) - l(\hat{\omega}) \right]$$

dimana

$$\begin{aligned} \ln L(\hat{\Omega}) &= \frac{n}{\hat{\tau}} - \frac{n}{2} \ln \hat{\tau} + \frac{n}{2} \ln \left(\frac{2}{\pi} \right) + \sum_{i=1}^n \ln \left(K_s \left(z(u_i, v_i) \right) \right) \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ij} - 1 \right)}{4} \ln \left(1 + 2 \hat{\tau} \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_j(u_i, v_i) + x^{*T} \gamma_j} \right) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \left(y_{ij} \mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_j(u_i, v_i) + x^{*T} \gamma_j \right) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \ln(y_{ij}!) \\ \ln L(\hat{\omega}) &= \frac{n}{\tau_{\omega}} + \sum_{i=1}^n \ln K_s \left(z_{\omega}(u_i^*, v_i^*) \right) + \ln \left(\frac{2}{\pi \tau_{\omega}} \right)^{\frac{1}{2}} - \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \times \\ &\quad \ln \left(1 + 2 \tau_{\omega} \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*) + x^{*T} \gamma_j} \right) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \left(y_{ji} \beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*) + x^{*T} \gamma_j \right) - \\ &\quad \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^n \ln(y_{ji}!) \end{aligned}$$

7. Menentukan daerah penolakan H_0 .

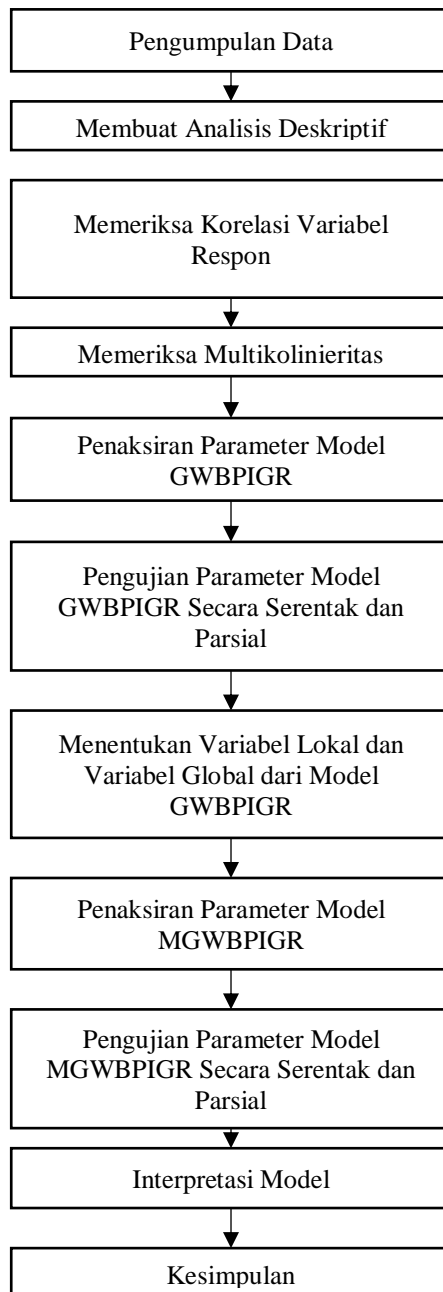
H_0 ditolak jika $G^2 > \chi_{\alpha, \nu}^2$ dengan ν adalah derajat bebas yang diperoleh dari jumlah parameter di bawah populasi dikurangi jumlah parameter di bawah H_0 .

- C. Langkah-langkah untuk mendapatkan faktor-faktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Kota Surabaya tahun 2015 adalah sebagai berikut:

1. Mendeskripsikan jumlah kasus angka kematian bayi dan angka kematian ibu dan faktor-faktor yang mempengaruhinya dengan peta tematik.
2. Menganalisis korelasi antar variabel-variabel prediktor untuk mendeteksi adanya kasus multikolinieritas dengan koefisien korelasi *pearson* dan VIF.
3. Memodelkan dengan regresi *Bivariate Poisson Inverse Gaussian* dan menentukan nilai devians dari model.
4. Mendeteksi adanya overdispersi pada data dengan melihat nilai *Pearson Chi-squares* dan *Deviance* yang dibagi dengan derajat bebasnya.
5. Memeriksa adanya aspek spasial yaitu pemeriksaan heterogenitas spasial.
6. Membentuk matriks pembobot spasial dengan menggunakan 4 jenis pembobot fungsi kernel yaitu fixed gaussian, adaptive gaussian, fixed bisquare dan adaptive bisquare. Pembobot yang dipilih dengan nilai GCV terkecil.
7. Mendapatkan model untuk GWBPIGR pada pemodelan jumlah kasus angka kematian bayi dan kematian ibu di Kota Surabaya tahun 2015 dengan langkah-langkah sebagai berikut.
 - a. Melakukan penaksiran parameter model GWBPIGR
 - b. Melakukan pengujian hipotesis secara serentak, parsial dan pengujian kesamaan model untuk model GWBPIGR
8. Dari model GWBPIGR menentukan variabel lokal dari hasil signifikansi parameter yang berbeda pada setiap lokasi dan variabel global dari hasil signifikansi parameter yang sama pada setiap lokasi.
9. Mendapatkan model MGWBPIGR pada pemodelan jumlah kasus angka kematian bayi dan kematian ibu di Kota Surabaya tahun 2015 dengan langkah-langkah sebagai berikut
 - a. Melakukan penaksiran parameter model MGWBPIGR
 - b. Melakukan pengujian hipotesis secara serentak, parsial dan [engujian kesamaan model untuk model MGWBPIGR
10. Melakukan interpretasi model terbaik yang didapatkan dengan melihat nilai AIC terkecil.

3.5 Diagram Alir Penelitian

Berdasarkan langkah-langkah analisis data dapat disajikan dalam bentuk diagram alir sehingga lebih mudah dipahami seperti pada Gambar 3.2 berikut ini.



Gambar 3.2 Langkah-Langkah untuk Mendapatkan Faktor-Faktor yang Berpengaruh Signifikan Terhadap Jumlah Kematian Bayi dan Jumlah Kematian Ibu di Kota Surabaya Tahun 2015

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB 4

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab analisis dan pembahasan ini akan dipaparkan mengenai estimasi parameter menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE), statistik uji, dan hasil pengolahan data pada kasus angka kematian bayi dan angka kematian ibu di Kota Surabaya Tahun 2015 menggunakan metode MGWBPIGR.

4.1 Penaksiran Parameter Mixed Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression (MGWBPIGR)

Model MGWBPIGR merupakan pengembangan dari model BPIGR. Model ini menghasilkan estimasi parameter yang bersifat global dan lokal. Penaksiran parameter pada model MGWBPIGR menggunakan *Maximum Likelihood Estimator* (MLE). Parameter yang diduga $\beta_j(u_i, v_i)$, $\tau(u_i, v_i)$ dan γ_j .

Langkah pertama adalah diberikan fungsi densitas peluang dari distribusi *bivariate poisson inverse gaussian* sebagai berikut.

$$f(y_{ji} | \beta_j(u_i^*, v_i^*); \tau; \gamma_j; j = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n)$$

$$= \left(e^{\frac{1}{\tau}} K_s \left(z(u_i^*, v_i^*) \right) \left(\frac{2}{\pi \tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \beta_j(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}_i^{*T} \gamma_j} \right)^{-\frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4}} \times \prod_{j=1}^2 \frac{e^{y_{ji} \mathbf{x}_i^T \beta_j(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}_i^{*T} \gamma_j}}{y_{ji}!} \right) \quad (4.1)$$

Selanjutnya menentukan fungsi likelihood model regresi *Mixed Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian* (MGWBPIGR) sebagai berikut.

$$L(\beta_j(u_i^*, v_i^*); \tau; \gamma_j; j = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n)$$

$$= \prod_{i=1}^n \left(\frac{e^{\frac{1}{\tau}} K_s \left(z(u_{i^*}, v_{i^*}) \right) \left(\frac{2}{\pi\tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}_i^{*T} \boldsymbol{\gamma}_j} \right)^{\frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4}}}{\prod_{j=1}^2 \frac{e^{y_{ji} \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}_i^{*T} \boldsymbol{\gamma}_j}}{y_{ji}!}} \right) \times \quad (4.2)$$

Kemudian membentuk persamaan logaritma natural dari fungsi likelihood

$$\ln L(\boldsymbol{\beta}_j(u_{i^*}, v_{i^*}); \tau; \boldsymbol{\gamma}_j; j = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n)$$

$$Q = \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{e^{\frac{1}{\tau}} K_s \left(z(u_{i^*}, v_{i^*}) \right) \left(\frac{2}{\pi\tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}_i^{*T} \boldsymbol{\gamma}_j} \right)^{\frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4}}}{\prod_{j=1}^2 \frac{e^{y_{ji} \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}_i^{*T} \boldsymbol{\gamma}_j}}{y_{ji}!}} \right) \times \quad (4.3)$$

Memasukkan pembobot geografis $w_{i^*}(u_{i^*}, v_{i^*})$ pada fungsi transformasi logaritma natural dari fungsi likelihood untuk mendapatkan estimasi MGWBPIGR yang berbeda-beda tiap lokasi.

$$\begin{aligned} Q^* &= \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \ln K_s \left(z(u_{i^*}, v_{i^*}) \right) w_{ii^*} + \ln \left(\frac{2}{\pi\tau} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} \\ &+ \sum_{i=1}^n \left(-\frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \right) \times \ln \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}_i^{*T} \boldsymbol{\gamma}_j} \right) w_{ii^*} \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \left(y_{ji} \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}_i^{*T} \boldsymbol{\gamma}_j \right) w_{ii^*} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \ln(y_{ji}!) w_{ii^*} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Untuk menentukan estimasi parameter, maka dilakukan penurunan persamaan fungsi Q^* terhadap parameter-parameternya yaitu $\boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i), \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i), \tau(u_i, v_i), \boldsymbol{\gamma}_1$, dan $\boldsymbol{\gamma}_2$. Sehingga diperoleh hasil sebagai berikut.

Turunan pertama Q^* terhadap parameter $\beta_1(u_i^*, v_i^*)$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q^*}{\partial \beta_1(u_i^*, v_i^*)} &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{K_s(z(u_i^*, v_i^*))} \frac{\partial K_s(z(u_i^*, v_i^*))}{\partial \beta_1(u_i^*, v_i^*)} w_{ii^*} + \\
&\quad \sum_{i=1}^n \left(-\frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1\right)}{4} \right) \frac{1}{\left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \beta_j(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}_i^T \gamma_j}\right)} \times \\
&\quad 2\tau e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}_i^T \gamma_1} \mathbf{x}_i^T w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n y_{1i} \mathbf{x}_i^T w_{ii^*} \\
&= \sum_{i=1}^n \frac{1}{K_s(z(u_i^*, v_i^*))} \frac{\partial K_s(z(u_i^*, v_i^*))}{\partial \beta_1(u_i^*, v_i^*)} w_{ii^*} - \\
&\quad \sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1\right)}{4} \right) \frac{2\tau e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}_i^T \gamma_1} \mathbf{x}_i^T w_{ii^*}}{\left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \beta_j(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}_i^T \gamma_j}\right)} + \sum_{i=1}^n y_{1i} \mathbf{x}_i^T w_{ii^*} \\
&= \sum_{i=1}^n \frac{1}{K_s(z(u_i^*, v_i^*))} \frac{\partial K_s(z(u_i^*, v_i^*))}{\partial \beta_1(u_i^*, v_i^*)} w_{ii^*} - \\
&\quad \sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1\right)}{2 \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \beta_j(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}_i^T \gamma_j}\right)} \right) \tau e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}_i^T \gamma_1} \mathbf{x}_i^T w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n y_{1i} \mathbf{x}_i^T w_{ii^*} \tag{4.5}
\end{aligned}$$

Berdasarkan tabel integral dalam Gradshtey dan Ryzhik (1980) dalam Shoukri *et al* (2004) diketahui bahwa

$$K_{s+1}(z(u_i^*, v_i^*)) = K_{s+1}(z(u_i^*, v_i^*)) + \frac{2s}{z(u_i^*, v_i^*)} K_s(z(u_i^*, v_i^*)) \tag{4.6}$$

Diketahui $s = y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}$

Dari persamaan (4.5) didapatkan persamaan (8) pada Lampiran 1 dengan

memisalkan $M(y_{ji}) = \frac{1}{\sqrt{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)}} \frac{K_{y_{1i} + y_{2i} + \frac{1}{2}}(z(u_i^*, v_i^*))}{K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}}(z(u_i^*, v_i^*))}$ sehingga

turunan pertama Q^* terhadap parameter $\beta_1(u_i^*, v_i^*)$ sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial \beta_1(u_i^*, v_i^*)} &= \sum_{i=1}^n \left[-M(y_{ji}) \mu_{1i}(u_i^*, v_i^*) \mathbf{x}_i^T w_{ii}^* + y_{1i} \mathbf{x}_i^T w_{ii}^* \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \left(y_{1i} - M(y_{ji}) \mu_{1i}(u_i^*, v_i^*) \right) \mathbf{x}_i^T w_{ii}^* \end{aligned} \quad (4.7)$$

Turunan pertama Q^* terhadap parameter $\beta_2(u_i^*, v_i^*)$ sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial \beta_2(u_i^*, v_i^*)} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial \ln K_s(z(u_i^*, v_i^*))}{\partial \beta_2(u_i^*, v_i^*)} w_{ii}^* - \\ &\quad \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right) 2\tau e^{\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}_i^T \gamma_2} \mathbf{x}_i^T}{4 \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_j^*, v_j^*) + \mathbf{x}_j^T \gamma_j} \right)} w_{ii}^* + \sum_{i=1}^n y_{2i} \mathbf{x}_i^T w_{ii}^* \end{aligned} \quad (4.8)$$

Berdasarkan persamaan (4.8), $\frac{\partial \ln K_s(z(u_i^*, v_i^*))}{\partial \beta_2(u_i^*, v_i^*)}$ sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln K_s(z(u_i^*, v_i^*))}{\partial \beta_2(u_i^*, v_i^*)} &= -\mu_{2i}(u_i^*, v_i^*) \mathbf{x}_i^T M(y_{ji}) + \\ &\quad \frac{\tau \mu_{2i}(u_i^*, v_i^*) \mathbf{x}_i^T \left(y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2} \right)}{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Substitusikan persamaan (4.9) ke persamaan (4.8) sebagai berikut

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \beta_2(u_i^*, v_i^*)} = \sum_{i=1}^n \left[-\mu_{2i}(u_i^*, v_i^*) \mathbf{x}_i^T M(y_{ji}) + \frac{\tau \mu_{2i}(u_i^*, v_i^*) \mathbf{x}_i^T \left(y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2} \right)}{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)} \right] w_{ii}^* -$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^n \frac{2 \left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) \tau \mu_{2i} (u_{i^*}, v_{i^*}) \mathbf{x}_i^T}{2 \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji} (u_{i^*}, v_{i^*}) \right)} w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n y_{2i} \mathbf{x}_i^T w_{ii^*} \\
&= \sum_{i=1}^n \left(y_{2i} - M(y_{ji}) \mu_{2i} (u_{i^*}, v_{i^*}) \right) \mathbf{x}_i^T w_{ii^*}
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Turunan pertama Q^* terhadap parameter $\tau(u_{i^*}, v_{i^*})$ sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q^*}{\partial \tau(u_{i^*}, v_{i^*})} &= -\frac{1}{\tau^2} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \left(\ln K_s(z(u_{i^*}, v_{i^*})) \right)}{\partial \tau(u_{i^*}, v_{i^*})} w_{ii^*} - \frac{1}{2\tau} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \\
& \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{1}{2} - \sum_{j=1}^2 y_{ji} \right) \sum_{j=1}^2 \mu_{ji} (u_{i^*}, v_{i^*})}{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji} (u_{i^*}, v_{i^*})} w_{ii^*} \\
&= -\frac{1}{\tau^2} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} - \frac{1}{2\tau} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \left(\ln K_s(z(u_{i^*}, v_{i^*})) \right)}{\partial \tau(u_{i^*}, v_{i^*})} w_{ii^*} + \\
& \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{1}{2} - \sum_{j=1}^2 y_{ji} \right) \sum_{j=1}^2 \mu_{ji} (u_{i^*}, v_{i^*})}{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji} (u_{i^*}, v_{i^*})} w_{ii^*}
\end{aligned} \tag{4.11}$$

dimana

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \left(\ln K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}}(z(u_{i^*}, v_{i^*})) \right)}{\partial \tau(u_{i^*}, v_{i^*})} &= \frac{\left(1 + \tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji} (u_{i^*}, v_{i^*}) \right) \left(\frac{1}{2} - \sum_{j=1}^2 y_{ji} \right)}{\tau^2 \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji} (u_{i^*}, v_{i^*}) \right)^{\frac{1}{2}}} + \\
& \frac{M(y_{ji}) \left(1 + \tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji} (u_{i^*}, v_{i^*}) \right)}{\tau^2}
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Substitusi persamaan (4.12) ke persamaan (4.11) sehingga turunan pertama Q^* terhadap parameter $\tau(u_{i^*}, v_{i^*})$ sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial \tau(u_i^*, v_i^*)} = & -\frac{1}{\tau^2} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} - \frac{1}{2\tau} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{1}{2} - \sum_{j=1}^2 y_{ji}\right)}{\tau} w_{ii^*} + \\ & \sum_{i=1}^n \frac{M(y_{ji}) \left(1 + \tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)\right)}{\tau^2} w_{ii^*} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Turunan pertama Q^* terhadap parameter γ_1 sebagai berikut

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \gamma_1} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \left(\ln K_s \left(z(u_i^*, v_i^*) \right) \right)}{\partial \gamma_1} - \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{1}{2} - \sum_{j=1}^2 y_{ji} \right) 2\tau e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}_i^T \gamma_1} \mathbf{x}_i^{*T}}{4 \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \beta_j(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}_i^T \gamma_j} \right)} + \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^{*T} \quad (4.14)$$

dimana

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln K_s \left(z(u_i^*, v_i^*) \right)}{\partial \gamma_1} &= \frac{\partial \left(\ln K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}} \left(z(u_i^*, v_i^*) \right) \right)}{\partial z(u_i^*, v_i^*)} \frac{\partial z(u_i^*, v_i^*)}{\partial \gamma_1} \\ &= -\mu_{1i}(u_i^*, v_i^*) \mathbf{x}_i^{*T} M(y_{ji}) + \frac{\tau \mu_{1i}(u_i^*, v_i^*) \mathbf{x}_i^{*T} \left(y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2} \right)}{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)} \end{aligned} \quad (4.15)$$

Substitusikan persamaan (4.15) ke persamaan (4.14) sehingga turunan pertama Q^* terhadap parameter γ_1 sebagai berikut

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \gamma_1} = \sum_{i=1}^n \left(1 - M(y_{ji}) \mu_{1i}(u_i^*, v_i^*) \right) \mathbf{x}_i^{*T} \quad (4.16)$$

Turunan pertama Q^* terhadap parameter γ_2

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \gamma_2} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \left(\ln K_s \left(z(u_i^*, v_i^*) \right) \right)}{\partial \gamma_2} - \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{1}{2} - \sum_{j=1}^2 y_{ji} \right) 2\tau e^{\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}_i^T \gamma_2} \mathbf{x}_i^{*T}}{4 \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \beta_j(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}_i^T \gamma_j} \right)} + \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^{*T} \quad (4.17)$$

dimana

$$\frac{\partial \ln K_s \left(z(u_i^*, v_i^*) \right)}{\partial \gamma_2} = \frac{\partial \left(\ln K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}} \left(z(u_i^*, v_i^*) \right) \right)}{\partial z(u_i^*, v_i^*)} \frac{\partial z(u_i^*, v_i^*)}{\partial \gamma_2}$$

$$= -\mu_{2i}(u_{i^*}, v_{i^*}) \mathbf{x}_i^{*T} M(y_{ji}) + \frac{\tau \mu_{2i}(u_{i^*}, v_{i^*}) \mathbf{x}_i^{*T} \left(y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2} \right)}{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})} \quad (4.18)$$

Substitusikan persamaan (4.18) ke persamaan (4.17) sehingga turunan pertama Q^* terhadap parameter γ_1 sebagai berikut

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \gamma_1} = \sum_{i=1}^n \left(1 - M(y_{ji}) \mu_{2i}(u_{i^*}, v_{i^*}) \right) \mathbf{x}_i^{*T} \quad (4.19)$$

Turunan pertama fungsi $\ln \text{likelihood}$ selanjutnya disama dengankan nol. Namun, hasil yang didapatkan tidak close form sehingga perlu dilakukan iterasi untuk mendapatkan estimasi parameter. Salah satu iterasi yang dapat digunakan adalah iterasi *Newton Raphson*. Langkah-langkah dalam melakukan iterasi tersebut adalah:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m+1)}(u_{i^*}, v_{i^*}) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}(u_{i^*}, v_{i^*}) - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}(u_{i^*}, v_{i^*})) \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}(u_{i^*}, v_{i^*}))$$

dimana

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_{i^*}, v_{i^*}) = [\boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}) \quad \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*}) \quad \tau(u_{i^*}, v_{i^*}) \quad \gamma_1 \quad \gamma_2]^T$$

$$\mathbf{g}^T(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}(u_{i^*}, v_{i^*})) = \left[\frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} \quad \frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*})} \quad \frac{\partial Q^*}{\partial \tau(u_{i^*}, v_{i^*})} \quad \frac{\partial Q^*}{\partial \gamma_1} \quad \frac{\partial Q^*}{\partial \gamma_2} \right]_{\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_{i^*}, v_{i^*}) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}(u_{i^*}, v_{i^*})}$$

Proses iterasi Newton Rahpson memerlukan matriks Hessian (\mathbf{H}). pada penelitian ini matriks Hessian diganti dengan matriks Fisher Information, sehingga tidak dibutuhkan turunan kedua. Matrik Fisher Information sebagai berikut:

$$\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}(u_{i^*}, v_{i^*})) = \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}(u_{i^*}, v_{i^*})) \mathbf{g}^T(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}(u_{i^*}, v_{i^*}))$$

4.2 Pengujian Parameter Model *Mixed Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression* (MGWBPIGR)

Pengujian parameter yang dilakukan pada penelitian ini yaitu pengujian parameter secara serentak, untuk pengujian secara parsial mengikuti pengujian yang telah ada. Menguji kelayakan model MGWBPIGR terlebih dahulu ditentukan dua buah fungsi *likelihood* yang berhubungan dengan model regresi yang diperoleh.

Fungsi-fungsi *likelihood* yang dimaksud yaitu $L(\hat{\Omega})$ yang merupakan nilai *likelihood* untuk model lengkap dengan melibatkan variabel prediktor dan $L(\hat{\omega})$ yang merupakan nilai *likelihood* untuk model sederhana tanpa dengan melibatkan variabel prediktor. Salah satu metode yang digunakan untuk menentukan statistik uji dalam pengujian parameter model MGWBPIGR adalah menggunakan metode *Maximum Likelihood Rasio Test* (MLRT).

Pengujian hipotesis terhadap parameter secara serentak dilakukan untuk mengerahui signifikansi parameter $\beta_j(u_i, v_i)$ secara bersama-sama. Hipotesis dari pengujian serentak adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_{j1}(u_i, v_i) = \beta_{j2}(u_i, v_i) = \dots = \beta_{ja}(u_i, v_i) = \gamma_{jp+1} = \gamma_{jp+2} = \dots = \gamma_{jk} = 0$$

$$H_1 : \text{paling sedikit ada satu } \beta_{jm}(u_i, v_i) \neq 0 \text{ atau } \gamma_{jl} = 0$$

dengan $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m = 1, 2, \dots, a$ dan $l = a+1, a+2, \dots, k$

Himpunan parameter di bawah populasi $\Omega = \{\beta_j(u_i, v_i); \tau; \gamma_j; j = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n\}$

Fungsi \ln *likelihood* di bawah populasi, $l(\hat{\Omega})$ sebagai berikut.

$$\begin{aligned} l(\hat{\Omega}) &= \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\frac{1}{\hat{\tau}}} K_s(z(u_i, v_i)) \left(\frac{2}{\pi \hat{\tau}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 2\hat{\tau} \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_j^*(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^{*T} \hat{\gamma}_j} \right)^{-\frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4}} \prod_{j=1}^2 \frac{e^{y_{ji} \mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_j(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^{*T} \hat{\gamma}_j}}{y_{ji}!} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\ln e^{\frac{1}{\hat{\tau}}} K_s(z(u_i, v_i)) \left(\frac{2}{\pi \hat{\tau}} \right)^{\frac{1}{2}} + \ln \left(1 + 2\hat{\tau} \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_j^*(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^{*T} \hat{\gamma}_j} \right)^{-\frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4}} + \right. \\ &\quad \left. \ln \prod_{j=1}^2 \frac{e^{y_{ji} \mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_j(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^{*T} \hat{\gamma}_j}}{y_{ji}!} \right) \\ &= \frac{n}{\hat{\tau}} + \sum_{i=1}^n \ln K_s(z(u_i, v_i)) + \frac{n}{2} \ln \left(\frac{2}{\pi \hat{\tau}} \right) - \sum_{i=1}^n \frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \ln \left(1 + 2\hat{\tau} \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_j^*(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^{*T} \hat{\gamma}_j} \right) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ji} \mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_j(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^{*T} \hat{\gamma}_j - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \ln y_{ji}! \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{n}{\hat{\tau}} - \frac{n}{2} \ln \hat{\tau} + \frac{n}{2} \ln \left(\frac{2}{\pi} \right) + \sum_{i=1}^n \ln K_s(z(u_i, v_i)) - \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \ln \left(1 + 2\hat{\tau} \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_j^*(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \hat{\gamma}_j} \right) \\
&\quad + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ji} \mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_j(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \hat{\gamma}_j - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \ln y_{ji} !
\end{aligned}$$

Himpunan parameter di bawah populasi $\omega = \{\beta_{j0}(u_i, v_i); \tau; \gamma_j; j = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n\}$

Fungsi *likelihood* di bawah H_0 , $L(\hat{\omega})$ sebagai berikut.

$$L(\hat{\omega}) = \prod_{i=1}^n \left(e^{\frac{1}{\hat{\tau}_{\omega}}} K_s(z(u_i, v_i)) \left(\frac{2}{\pi \hat{\tau}_{\omega}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 2\hat{\tau}_{\omega} \sum_{j=1}^2 e^{\hat{\beta}_{j0\omega}(u_i, v_i)} \right)^{-\frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4}} \prod_{j=1}^2 \frac{e^{y_{ji} \hat{\beta}_{j0\omega}(u_i, v_i)}}{y_{ji} !} \right)$$

dan memaksimumkan logaritma natural fungsi *likelihood* di bawah H_0 , $l(\hat{\omega})$ sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
l(\omega) &= \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\frac{1}{\hat{\tau}_{\omega}}} K_s(z(u_i, v_i)) \left(\frac{2}{\pi \hat{\tau}_{\omega}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 2\hat{\tau}_{\omega} \sum_{j=1}^2 e^{\hat{\beta}_{j0\omega}(u_i, v_i)} \right)^{-\frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4}} \prod_{j=1}^2 \frac{e^{y_{ji} \hat{\beta}_{j0\omega}(u_i, v_i)}}{y_{ji} !} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \left(\ln e^{\frac{1}{\hat{\tau}_{\omega}}} K_s(z(u_i, v_i)) \left(\frac{2}{\pi \hat{\tau}_{\omega}} \right)^{\frac{1}{2}} + \ln \left(1 + 2\hat{\tau}_{\omega} \sum_{j=1}^2 e^{\hat{\beta}_{j0\omega}(u_i, v_i)} \right)^{-\frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4}} + \right. \\
&\quad \left. \ln \prod_{j=1}^2 \frac{e^{y_{ji} \hat{\beta}_{j0\omega}(u_i, v_i)}}{y_{ji} !} \right) \\
&= \frac{n}{\hat{\tau}_{\omega}} + \sum_{i=1}^n \ln K_s(z(u_i, v_i)) + \frac{n}{2} \ln \left(\frac{2}{\pi \hat{\tau}_{\omega}} \right) - \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \ln \left(1 + 2\hat{\tau}_{\omega} \sum_{j=1}^2 e^{\hat{\beta}_{j0\omega}(u_i, v_i)} \right) \\
&\quad + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ji} \hat{\beta}_{j0\omega}(u_i, v_i) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \ln y_{ji} !
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{n}{\hat{\tau}_\omega} - \frac{n}{2} \ln \hat{\tau}_\omega + \frac{n}{2} \ln \left(\frac{2}{\pi} \right) + \sum_{i=1}^n \ln K_s(z_\omega(u_i, v_i)) - \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \ln \left(1 + 2 \hat{\tau}_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\hat{\beta}_{j0\omega}(u_i, v_i)} \right) \\
&\quad + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ji} \hat{\beta}_{j0\omega}(u_i, v_i) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \ln y_{ji}!
\end{aligned}$$

persamaan logaritma natural fungsi likelihood tersebut selanjutnya dikalikan dengan pembobot geografis $w_i^*(u_i^*, v_i^*)$

$$\begin{aligned}
(l(\omega)) w_i(u_i^*, v_i^*) &= \frac{1}{\tau_\omega} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \ln K_s(z_\omega(u_i^*, v_i^*)) w_{ii^*} + \ln \left(\frac{2}{\pi \tau_\omega} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} \\
&\quad - \sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \right) \times \ln \left(1 + 2 \tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right) w_{ii^*} \\
&\quad + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 (y_{ji} \beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)) w_{ii^*} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \ln(y_{ji}!) w_{ii^*}
\end{aligned}$$

Untuk menentukan estimasi parameter, maka dilakukan penurunan persamaan fungsi terhadap parameter-parameternya yaitu $\beta_{10\omega}(u_i, v_i), \beta_{20\omega}(u_i, v_i)$, $\tau_\omega(u_i, v_i)$. Sehingga diperoleh hasil sebagai berikut.

Turunan pertama $l(\omega)$ terhadap $\beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)$ sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\frac{\partial l(\omega)}{\partial \beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)} &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{\left[K_s(z_\omega(u_i^*, v_i^*)) \right]} \frac{\partial \left[K_s(z_\omega(u_i^*, v_i^*)) \right]}{\partial \beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)} w_{ii^*} - \\
&\quad \sum_{i=1}^n \frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) \tau_\omega e^{\beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)} w_{ii^*}}{\left(1 + 2 \tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right)} + \sum_{i=1}^n y_{1i} w_{ii^*}
\end{aligned} \tag{4.20}$$

Turunan $K_s(z_\omega(u_i^*, v_i^*))$ terhadap $\beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)$ dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{\partial K_s(z_\omega(u_i^*, v_i^*))}{\partial \beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)} = \frac{\partial K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}}(z_\omega(u_i^*, v_i^*))}{\partial z_\omega(u_i^*, v_i^*)} \frac{\partial z_\omega(u_i^*, v_i^*)}{\partial \beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\partial K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}(z(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\partial z(u_{i^*}, v_{i^*})} \frac{\partial \left[\frac{1}{\tau_\omega} \left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \right)^{\frac{1}{2}} \right]}{\partial \beta_{10\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \\
&= \left[-K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}(z_\omega(u_{i^*}, v_{i^*})) + \frac{\tau_\omega \left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}(z_\omega(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \right)^{\frac{1}{2}}} \right] \times \\
&\quad \frac{e^{\beta_{10\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})}}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \right)^{\frac{1}{2}}}
\end{aligned} \tag{4.21}$$

Substitusi persamaan (4.21) ke persamaan (4.20) sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\frac{\partial l(\omega)}{\partial \beta_{10\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{\left[K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}(z_\omega(u_{i^*}, v_{i^*})) \right]} \frac{\partial \left[K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}(z_\omega(u_{i^*}, v_{i^*})) \right]}{\partial \beta_{10\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} w_{ii^*} - \\
&\quad \sum_{i=1}^n \frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) \tau_\omega e^{\beta_{10\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} w_{ii^*}}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \right)} + \sum_{i=1}^n y_{1i} w_{ii^*} \\
&= -\sum_{i=1}^n e^{\beta_{10\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} M(y_{ji}) w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{\tau_\omega e^{\beta_{10\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) w_{ii^*}}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \right)} + \\
&\quad -\sum_{i=1}^n \frac{\tau_\omega e^{\beta_{10\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) w_{ii^*}}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \right)} + \sum_{i=1}^n y_{1i} w_{ii^*} \\
\frac{\partial l(\omega)}{\partial \beta_{10\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} &= \sum_{i=1}^n \left[y_{1i} - M(y_{ji}) e^{\beta_{10\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \right] w_{ii^*}
\end{aligned} \tag{4.22}$$

Turunan pertama $l(\omega)$ terhadap $\beta_{20\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})$ sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{\partial l(\omega)}{\partial \beta_{20\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{\left[K_s(z_\omega(u_{i^*}, v_{i^*})) \right]} \frac{\partial \left[K_s(z_\omega(u_{i^*}, v_{i^*})) \right]}{\partial \beta_{20\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} w_{ii^*} - \\ &\quad \sum_{i=1}^n \frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) \tau_\omega e^{\beta_{20\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} w_{ii^*}}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \right)} + \sum_{i=1}^n y_{2i} w_{ii^*} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Turunan $K_s(z_\omega(u_{i^*}, v_{i^*}))$ terhadap $\beta_{20\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})$ dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_s(z_\omega(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\partial \beta_{20\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} &= \frac{\partial K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}(z_\omega(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\partial z_\omega(u_{i^*}, v_{i^*})} \frac{\partial z_\omega(u_{i^*}, v_{i^*})}{\partial \beta_{20\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \\ &= \frac{\partial K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}(z(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\partial z(u_{i^*}, v_{i^*})} \frac{\partial \left[\frac{1}{\tau_\omega} \left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \right)^{\frac{1}{2}} \right]}{\partial \beta_{20\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \\ &= \left[-K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}(z_\omega(u_{i^*}, v_{i^*})) + \frac{\tau_\omega \left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}(z_\omega(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \right)^{\frac{1}{2}}} \right] \times \\ &\quad \frac{e^{\beta_{20\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})}}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \right)^{\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Substitusi persamaan (4.24) ke persamaan (4.23) sebagai berikut

$$\frac{\partial l(\omega)}{\partial \beta_{20\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^n \frac{1}{\left[K_{\gamma_{1i} + \gamma_{2i} - \frac{1}{2}} \left(z_{\omega} (u_{i^*}, v_{i^*}) \right) \right]} \frac{\partial \left[K_{\gamma_{1i} + \gamma_{2i} - \frac{1}{2}} \left(z_{\omega} (u_{i^*}, v_{i^*}) \right) \right]}{\partial \beta_{20\omega} (u_{i^*}, v_{i^*})} w_{ii^*} - \sum_{i=1}^n \frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) \tau_{\omega} e^{\beta_{20\omega} (u_{i^*}, v_{i^*})} w_{ii^*}}{\left(1 + 2\tau_{\omega} \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega} (u_{i^*}, v_{i^*})} \right)} + \\
&\quad \sum_{i=1}^n y_{2i} w_{ii^*} \\
&= - \sum_{i=1}^n e^{\beta_{20\omega} (u_{i^*}, v_{i^*})} M(y_{ji}) w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{\tau_{\omega} e^{\beta_{20\omega} (u_{i^*}, v_{i^*})} \left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) w_{ii^*}}{\left(1 + 2\tau_{\omega} \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega} (u_{i^*}, v_{i^*})} \right)} + \\
&\quad - \sum_{i=1}^n \frac{\tau_{\omega} e^{\beta_{20\omega} (u_{i^*}, v_{i^*})} \left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) w_{ii^*}}{\left(1 + 2\tau_{\omega} \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega} (u_{i^*}, v_{i^*})} \right)} + \sum_{i=1}^n y_{2i} w_{ii^*} \\
&\quad \frac{\partial l(\omega)}{\partial \beta_{20\omega} (u_{i^*}, v_{i^*})} = \sum_{i=1}^n \left[y_{2i} - M(y_{ji}) e^{\beta_{20\omega} (u_{i^*}, v_{i^*})} \right] w_{ii^*} \tag{4.25}
\end{aligned}$$

Turunan pertama $l(\omega)$ terhadap τ_{ω} sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial l(\omega)}{\partial \tau_{\omega}} = \frac{\partial}{\partial \tau_{\omega}} \left[\frac{1}{\tau_{\omega}} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \ln K_s(z_{\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})) w_{ii^*} + \frac{1}{2} \ln 2 \sum_{i=1}^1 w_{ii^*} - \frac{1}{2} \ln \pi \sum_{i=1}^1 w_{ii^*} + \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{2} \ln \tau \sum_{i=1}^n w_{ii^*} - \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \ln \left(1 + 2\tau_{\omega} \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega} (u_{i^*}, v_{i^*})} \right) w_{ii^*} + \right. \\
&\quad \left. \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ji} \beta_{j0\omega} (u_{i^*}, v_{i^*}) w_{ii^*} - \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^n \ln(y_{ji}!) w_{ii^*} \right] \\
&= -\frac{1}{\tau_{\omega}^2} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} - \frac{1}{2\tau_{\omega}} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{K_s(z_{\omega}(u_{i^*}, v_{i^*}))} \frac{\partial [K_s(z_{\omega}(u_{i^*}, v_{i^*}))]}{\partial \tau_{\omega}} w_{ii^*} + \\
&\quad \sum_{i=1}^n \frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega} (u_{i^*}, v_{i^*})} w_{ii^*}}{\left(1 + 2\tau_{\omega} \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega} (u_{i^*}, v_{i^*})} \right)} \tag{4.26}
\end{aligned}$$

Dimana turunan pertama $K_s(z_\omega(u_i, v_i))$ terhadap τ_ω dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial [K_s(z_\omega(u_i^*, v_i^*))]}{\partial \tau_\omega} \\ &= \left[-K_{y_{i1}+y_{i2}-\frac{1}{2}}(z_\omega(u_i^*, v_i^*)) + \frac{\tau_\omega \left(\sum_{j=1}^2 y_{ij} - \frac{1}{2} \right) K_{y_{i1}+y_{i2}-\frac{1}{2}}(z_\omega(u_i^*, v_i^*))}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right)^{\frac{1}{2}}} \right] \times \\ & \left[-\frac{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right)^{\frac{1}{2}}}{\tau_\omega^2} + \frac{\sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)}}{\tau_\omega \left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right)^{\frac{1}{2}}} \right] \end{aligned} \quad (4.27)$$

Substitusi persamaan (4.27) ke persamaan (4.26) sehingga turunan pertama $l(\omega)$ terhadap parameter τ_ω sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{\partial l(\omega)}{\partial \tau_\omega} &= -\frac{1}{\tau_\omega^2} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} - \frac{1}{2\tau_\omega} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{M(y_{ji}) \left(1 + \tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i, v_i)} \right) w_{ii^*}}{\tau_\omega^2} - \\ & \sum_{i=1}^n \frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) w_{ii^*}}{\tau_\omega} \end{aligned} \quad (4.28)$$

Turunan pertama fungsi \ln *likelihood* selanjutnya disama dengankan nol. Namun, hasil yang didapatkan tidak close form sehingga perlu dilakukan iterasi untuk mendapatkan estimasi parameter. Salah satu iterasi yang dapat digunakan adalah iterasi *Newton Raphson*. Langkah-langkah dalam melakukan iterasi tersebut adalah:

$$\hat{\theta}_{(m+1)}(u_i^*, v_i^*) = \hat{\theta}_{(m)}(u_i^*, v_i^*) - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\theta}_{(m)}(u_i^*, v_i^*)) \mathbf{g}(\hat{\theta}_{(m)}(u_i^*, v_i^*))$$

dimana

$$\hat{\theta}(u_i^*, v_i^*) = [\beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*) \quad \beta_{20\omega}(u_i^*, v_i^*) \quad \tau_\omega]^T$$

$$\mathbf{g}^T \left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}(u_i^*, v_i^*) \right) = \left[\frac{\partial l(\boldsymbol{\omega})}{\partial \beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)} \quad \frac{\partial l(\boldsymbol{\omega})}{\partial \beta_{20\omega}(u_i^*, v_i^*)} \quad \frac{\partial l(\boldsymbol{\omega})}{\partial \tau_\omega} \right]_{\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i^*, v_i^*) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}(u_i^*, v_i^*)}$$

Selanjutnya menghitung rasio likelihood dan statistik uji dengan persamaan

$$\begin{aligned} G^2 &= -2 \ln \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \\ &= 2 \left[l(\hat{\Omega}) - l(\hat{\omega}) \right] \\ &= 2 \left(L(\hat{\boldsymbol{\theta}}) - L(\hat{\boldsymbol{\theta}}_0) \right) \\ &= (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_0)^T \left[\mathbf{I}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \right] (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_0) \end{aligned}$$

dimana

$$\begin{aligned} \ln L(\hat{\Omega}) &= \frac{n}{\hat{\tau}} - \frac{n}{2} \ln \hat{\tau} + \frac{n}{2} \ln \left(\frac{2}{\pi} \right) + \sum_{i=1}^n \ln \left(K_s \left(z(u_i, v_i) \right) \right) \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ij} - 1 \right)}{4} \ln \left(1 + 2\hat{\tau} \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_j(u_i, v_i) + \mathbf{x}^{*T} \gamma_j} \right) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \left(y_{ij} \mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_j(u_i, v_i) + \mathbf{x}^{*T} \gamma_j \right) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \ln(y_{ij}!) \\ \ln L(\hat{\omega}) &= \frac{n}{\tau_\omega} + \sum_{i=1}^n \ln K_s \left(z_\omega(u_i^*, v_i^*) \right) + \ln \left(\frac{2}{\pi \tau_\omega} \right)^{\frac{1}{2}} - \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \times \\ &\quad \ln \left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}^{*T} \gamma_j} \right) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \left(y_{ji} \beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}^{*T} \gamma_j \right) - \\ &\quad \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^n \ln(y_{ji}!) \end{aligned}$$

Sehingga

$$\begin{aligned}
G^2 = & 2 \left[n \left(\frac{1}{\hat{\tau}} - \frac{1}{\hat{\tau}_\omega} - \frac{1}{2} \ln \frac{\hat{\tau}_\omega}{\hat{\tau}} \right) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\ln K_s(z(u_i, v_i))}{\ln K_s(z_\omega(u_i, v_i))} \right) \right. \\
& - \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \left(\frac{\ln \left(1 + 2 \hat{\tau} \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_j(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\gamma}}_j} \right)}{\ln \left(1 + 2 \hat{\tau}_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\hat{\beta}_{j0\omega}(u_i, v_i)} \right)} \right) \\
& \left. + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ji} \left(\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_j(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\gamma}}_j - \hat{\beta}_{j0\omega}(u_i, v_i) \right) \right] \quad (4.29)
\end{aligned}$$

Statistik uji G^2 merupakan pendekatan dari distribusi χ^2 dengan derajat bebas ν dengan ν merupakan banyaknya parameter di bawah populasi dikurangi banyaknya parameter di bawah H_0 , serta berdasarkan hipotesis nol bahwa $\boldsymbol{\beta}^* = \mathbf{0}_{(mp \times 1)}$. Menentukan distribusi statistik uji G^2 mengikuti distribusi χ^2 adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
G^2 &= 2 \left(L(\hat{\boldsymbol{\theta}}) - L(\hat{\boldsymbol{\theta}}_0) \right) \\
&= (\hat{\boldsymbol{\theta}}_1 - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{10})^T \left[\mathbf{I}^{11}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \right]^{-1} (\hat{\boldsymbol{\theta}}_1 - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{10}) \\
&= \boldsymbol{\beta}^{*T} \left[\mathbf{I}^{11}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \right]^{-1} \boldsymbol{\beta}^* \\
&= \left[\left[\mathbf{I}^{11}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \right]^{-1/2} \boldsymbol{\beta}^* \right]^T \left[\left[\mathbf{I}^{11}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \right]^{-1/2} \boldsymbol{\beta}^* \right] \\
&= \mathbf{Z}^T \mathbf{Z} \xrightarrow{d} \chi_{mp}^2, n \rightarrow \infty
\end{aligned}$$

dimana

$$\left[\mathbf{I}^{11}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \right] = \text{cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*) \text{ dan } \mathbf{Z} = \left[\mathbf{I}^{11}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \right]^{-1/2} \boldsymbol{\beta}^* \xrightarrow{d} N(\mathbf{0}, \mathbf{I}_{mp}), n \rightarrow \infty$$

$\left[\mathbf{I}^{11}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \right]$ adalah matriks partisi dari matriks $\left[\mathbf{I}^{11}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \right]^{-1}$, yakni

$$\left[\mathbf{I}^{11}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \right]^{-1} = \begin{bmatrix} \left[\mathbf{I}^{11} \right] & \left[\mathbf{I}^{12} \right] \\ \left[\mathbf{I}^{21} \right] & \left[\mathbf{I}^{22} \right] \end{bmatrix} \text{ dan } mp \text{ adalah dimensi vektor } \boldsymbol{\beta}^* \text{ atau selisih antara}$$

banyaknya parameter pada himpunan Ω dan ω

Kriteria penolakan H_0 jika $G^2 > \chi^2_{\alpha, v}$. Jika hasil dari pengujian hipotesis memutuskan tolak H_0 , maka kesimpulan yang diperoleh adalah variabel penjelas berpengaruh terhadap variabel respon secara bersama-sama dengan derajat kesalahan 5%.

4.3 Aplikasi Model Mixed Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression (MGWBPIGR)

Salah satu pemodelan yang dapat diaplikasikan pada data cacahan yang mengikuti bivariat poisson dan mengalami overdispersi adalah model *Mixed Geographically Weighted Bivariate Poisson Gaussian Regression* (MGWBPIGR). Pada penelitian ini, model MGWBPIGR diaplikasikan pada jumlah kasus kematian bayi dan kematian ibu di Kota Surabaya tahun 2015.

4.3.1 Deskripsi Variabel Respon dan Variabel Prediktor

Surabaya memiliki 31 kecamatan yang terdiri atas kecamatan (Karang Pilang, Jambangan, Gayungan, Wonocolo, Tenggilis Mejoyo, Gunung Anyar, Rungkut, Sukolilo, Mulyorejo, Gubeng, Wonokromo, Dukuh Pakis, Wiyung, Lakarsantri, Sambikerep, Tandes, Sukomanunggal, Sawahan, Tegalsari, Genteng, Tambaksari, Kenjeran, Bulak, Simokerto, Semampir, Pabean Cantikan, Bubutan, Krembangan, Asemrowo, Benowo, dan Pakal). Jumlah kematian bayi dan kematian ibu di Kota Surabaya tahun 2015 merupakan dua variabel yang digunakan dalam penelitian ini. Statistika deskriptif dari kedua variabel respon menggunakan data di Lampiran 5.

Tabel 4.1 Statistika Deskriptif Variabel Respon

Variabel Respon	Median	Koefisien Variasi	Minimum	Maksimum
Jumlah kematian bayi	8,000	58,680	2,000	21,000
Jumlah kematian ibu	1,000	127,62	0,000	8,000

Tabel 4.1 menyajikan statistika deskriptif dari dua variabel respon. Median dari jumlah kematian bayi di setiap kecamatan di Kota Surabaya sebesar delapan yang berarti setengah dari kecamatan memiliki jumlah kematian bayi di atas delapan bayi dan setengahnya lagi memiliki kasus di bawah delapan bayi. Sedangkan median untuk jumlah kematian ibu di setiap kecamatan di Kota

Surabaya sebesar satu yang berarti setengah dari kecamatan memiliki jumlah kematian ibu diatas satu orang dan setengahnya lagi memiliki kasus di bawah satu orang. Apabila nilai koefisien variasi semakin besar maka semakin beragamnya suatu data. Nilai koefisien jumlah kematian bayi sebesar 58,68 dan nilai koefisien jumlah kematian ibu sebesar 127,620 yang artinya bahwa jumlah kematian ibu di Kota Surabaya tahun 2015 lebih beragam dari pada jumlah kematian bayi di Kota Surabaya tahun 2015. Jumlah kematian bayi tertinggi sebesar 21 orang terdapat di Kecamatan Sukomanunggal dan jumlah kematian ibu tertinggi sebesar delapan orang terdapat di Kecamatan Kenjeran.

Tabel 4.2 Statistika Deskriptif Variabel Prediktor

Variabel Respon	Mean	Koefisien Variasi	Minimum	Maksimum
Rasio Tenaga Kesehatan	2,706	0,915	1,650	5,700
Persentase Persalinan oleh Tenaga Kesehatan	92,520	5,980	75,180	102,070
Persentase Ibu Hamil Mendapatkan Tablet Fe3	94,230	10,840	67,090	116,450
Persentase Rumah Tangga ber-PHBS	72,900	11,810	52,670	98,660
Rasio Puskesmas	49,200	14,620	17,570	74,660

Tabel 4.2 menunjukkan rata-rata rasio tenaga kesehatan di Kota Surabaya sebesar 2,706 per 1000 penduduk dengan nilai standar deviasi sebesar 0,915 yang berarti rasio antar kecamatan cukup berbeda. Rasio tenaga kesehatan tertinggi sebesar 5,70 yaitu di Kecamatan Tambaksari dan rasio tenaga kesehatan terendah sebesar 1,65 di Kecamatan Genteng. Rata-rata untuk persentase persalinan oleh tenaga kesehatan 92,52% berarti hampir semua persalinan dibantu oleh tenaga kesehatan dan nilai standar deviasi sebesar 5,98% artinya persentase persalinan yang dibantu oleh tenaga kesehatan cukup berbeda. Persentase persalinan dibantu oleh tenaga kesehatan tertinggi sebesar 102,07% yaitu di Kecamatan Benowo dan terendah sebesar 75,18% di Kecamatan Bulak. Rata-rata persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 sebesar 94,23% berarti hampir semua ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 dan nilai standar deviasi sebesar 10,84% yang berarti persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 cukup berbeda. Persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 tertinggi sebesar 116,45% yaitu di Kecamatan Benowo dan

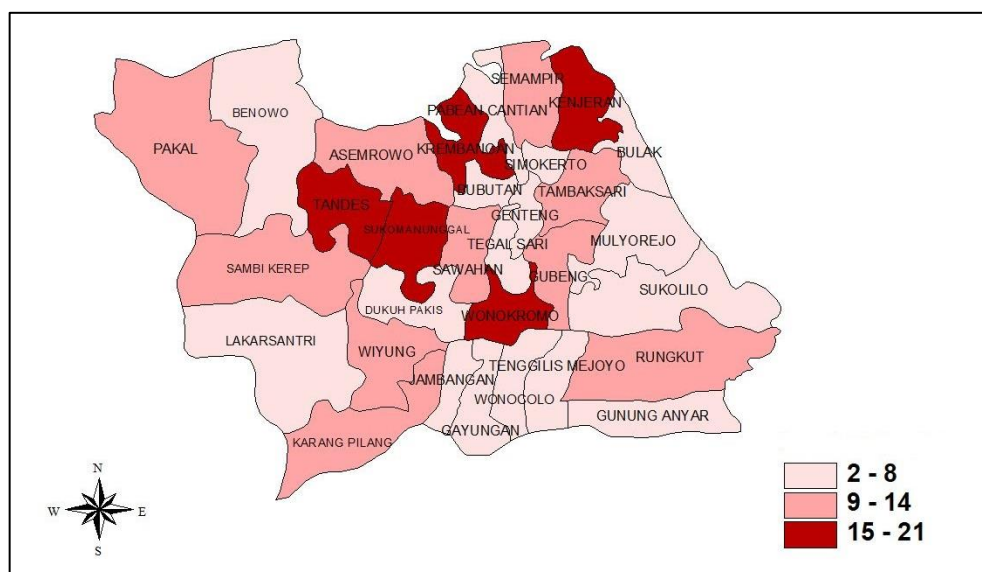
terendah sebesar 67,09% di Kecamatan Bulak. Rata-rata persentase rumah tangga ber-PHBS sebesar 72,90% berarti lebih dari 50% rumah tangga yang dipantau telah berperilaku hidup bersih dan sehat. Persentase rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat tertinggi sebesar 98,66% yaitu di Kecamatan Bubutan dan terendah sebesar 52,67% di Kecamatan Benowo. Selanjutnya rata-rata rasio puskesmas di Kota Surabaya tahun 2015 sebesar 49,20 per 1000 penduduk. Rasio puskesmas tertinggi sebesar 74,66 yaitu di Kecamatan Bulak.

Penyebaran jumlah kasus kematian bayi dan kematian ibu serta faktor-faktor yang diduga mempengaruhinya ditampilkan juga dalam bentuk peta tematik dengan menggunakan *Arcview GIS 3.3*. Penyebaran data dibagi menjadi tiga kelompok kategori yaitu kategori rendah, sedang dan tinggi menggunakan *equal interval*.

4.3.1.1 Jumlah Kasus Kematian Bayi

Kematian bayi adalah kematian yang terjadi saat setelah bayi lahir sampai bayi belum berusia tepat satu tahun.

Gambar 4.1 menunjukkan penyebaran jumlah kematian bayi di setiap kecamatan di Kota Surabaya. Jumlah kematian bayi dengan kategori tinggi di tunjukkan dengan warna gelap yaitu terdapat di Kecamatan Kenjeran, Tandes, Sukomanunggal dan Kecamatan Wonokromo dengan jumlah kasus berada di interval 15 hingga 21 kasus.

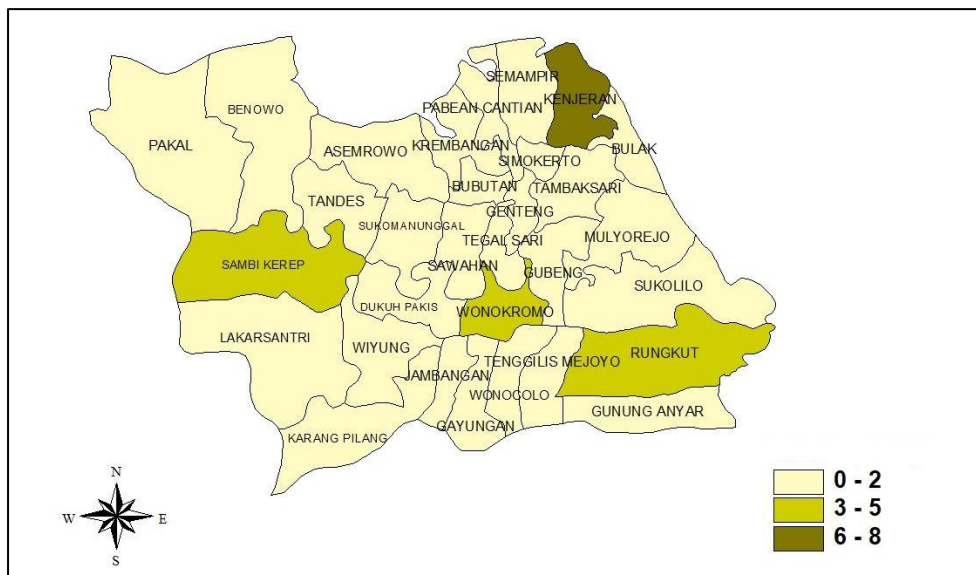


Gambar 4.1 Penyebaran Jumlah Kematian Bayi Menurut Kecamatan di Kota Surabaya

Selanjutnya, untuk kategori jumlah kematian bayi sedang terdapat di sepuluh di kecamatan yaitu Kecamatan Semampir, Tambaksari, Gubeng, Rungkut, Asemrowo, Sawahan, Wiyung, Karang Pilang, Sambikerep dan Pakal dengan jumlah kasus berada di interval 9 sampai 14 kasus. Jumlah kematian bayi dengan kategori terendah di tunjukkan dengan warna merah mudah terdapat di 16 kecamatan yang belum disebutkan.

4.3.1.2 Jumlah Kasus Kematian Ibu

Kematian ibu adalah kematian selama kehamilan atau dalam periode 42 hari setelah berakhirnya kehamilan yang disebabkan oleh kehamilan atau penanganannya, tetapi bukan disebabkan oleh kecelakaan atau cedera. Adapun penyebab kematian ibu terbesar yaitu pendarahan, hipertensi dalam kehamilan (HDK), infeksi, partus lama/macet dan abortus.



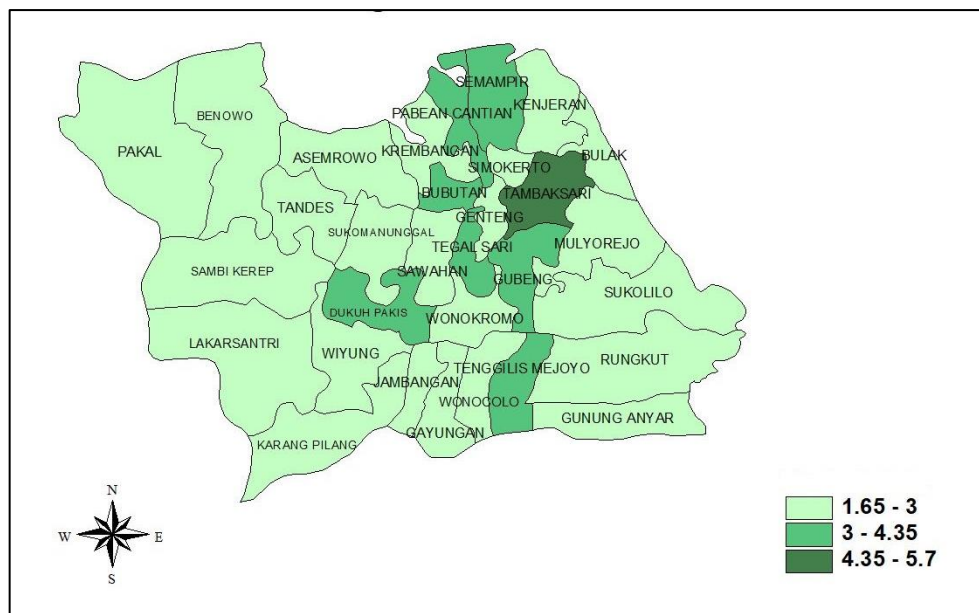
Gambar 4.2 Penyebaran Jumlah Kematian Ibu Menurut Kecamatan di Kota Surabaya

Gambar 4.2 menunjukkan penyebaran jumlah kematian ibu setiap kecamatan di Kota Surabaya tahun 2015. Jumlah kematian ibu dengan kategori tinggi di tunjukkan dengan warna gelap yaitu terdapat di Kecamatan Kenjeran dengan jumlah kasus berada di antara interval enam hingga delapan kasus. Selanjutnya, untuk kategori jumlah kematian ibu sedang terdapat di Kecamatan Sambikerep, Wonokromo dan Rungkut, dengan jumlah kasus berada di antara interval tiga hingga lima kasus. Jumlah kematian ibu dengan kategori rendah di

tunjukkan dengan warna krem terdapat di 27 kecamatan yang belum disebutkan dengan jumlah kasus berada di antara nol hingga dua kasus.

4.3.1.3 Rasio Tenaga Kesehatan

Sumber daya manusia kesehatan merupakan bagian penting dari upaya peningkatan pembangunan kesehatan bangsa. Tenaga kesehatan merupakan bagian dari SDM kesehatan. Tenaga kesehatan dalam penelitian ini terdiri dari dokter, perawat dan bidan dari puskesmas per kecamatan di Kota Surabaya.



Gambar 4.3 Penyebaran Rasio Tenaga Kesehatan Menurut Kecamatan di Kota Surabaya

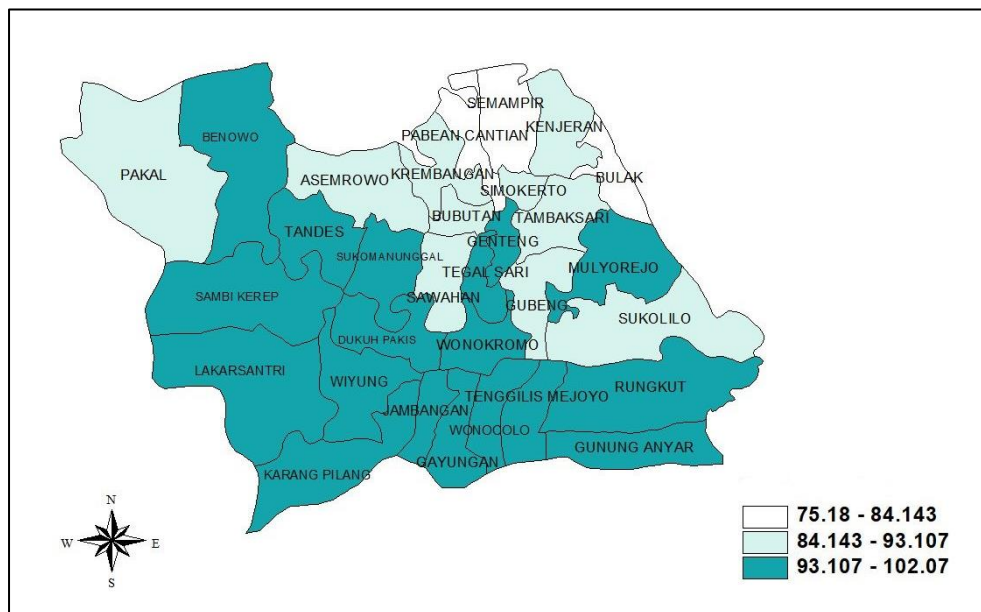
Gambar 4.3 menunjukkan penyebaran rasio tenaga kesehatan setiap kecamatan di Kota Surabaya tahun 2015. Rasio tenaga kesehatan dengan kategori tinggi di tunjukkan dengan warna hijau tua yaitu terdapat di Kecamatan Tambaksari dengan besar rasio berada di antara interval 4,35 hingga 5,7. Selanjutnya, untuk kategori sedang pada rasio tenaga kesehatan terdapat di Kecamatan Semampir, Pabean Cantian, Bubutan, Tegal Sari, Gubeng, Dukuh Pakis dan Tenggilis Mejoyo dengan besar rasio berada di antara interval tiga hingga 4,35. Rasio tenaga kesehatan dengan kategori rendah di tunjukkan dengan warna hijau muda terdapat di 23 kecamatan yang belum disebutkan berada di antara interval 1,63 hingga 3.

4.3.1.4 Persentase Persalinan oleh Tenaga Kesehatan

Upaya lain yang dilakukan untuk menurunkan kematian ibu dan kematian bayi yaitu dengan mendorong agar setiap persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan

terlatih yaitu dokter spesialis kebidanan dan kandungan (SpOG), dokter umum dan bidan.

Gambar 4.4 menunjukkan penyebaran persentase persalinan oleh tenaga kesehatan setiap kecamatan di Kota Surabaya tahun 2015. Persentase persalinan oleh tenaga kesehatan dengan kategori tinggi di tunjukkan dengan warna biru tua yaitu terdapat di 18 kecamatan dengan besar persentase berada di antara interval 93,107% hingga 102,07%. Selanjutnya, untuk kategori sedang pada persentase persalinan oleh tenaga kesehatan terdapat di Kecamatan Pakal, Asemrowo, Krembangan, Bubutan, Sawahan, Kenjeran, Simokerto, Tambaksari, Gubeng dan Sukolilo berada di antara interval 84,143% hingga 93,107%. Persentase persalinan oleh tenaga kesehatan dengan kategori rendah di tunjukkan dengan warna putih terdapat di Kecamatan Pabean Cantian, Semampir dan Bulak berada di antara interval 75,18% hingga 84,143%.

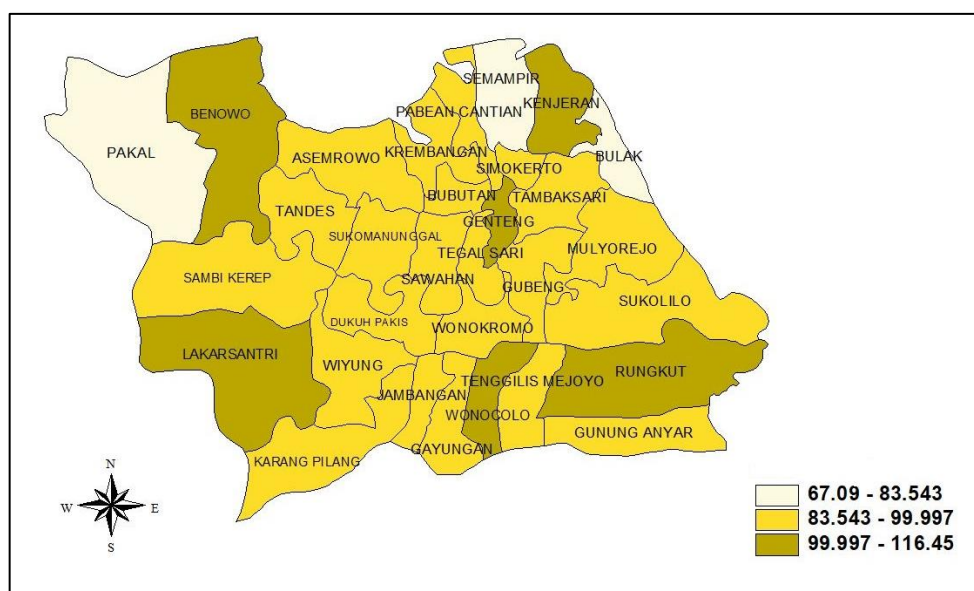


Gambar 4.4 Penyebaran Persentase Persalinan oleh Tenaga Kesehatan Menurut Kecamatan di Kota Surabaya

4.3.1.5 Persentase Ibu Hamil Mendapatkan Tablet Fe3

Zat besi merupakan mineral yang dibutuhkan tubuh untuk membentuk sel darah merah (hemoglobin), selain itu zat besi berperan sebagai salah satu komponen dalam dalam membentuk mioglobin, kolagen serta enzim. Zat besi memiliki peran vital terhadap pertumbuhan janin. Adapun penyebaran persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 di Kota Surabaya sebagai berikut.

Gambar 4.5 menunjukkan penyebaran persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 setiap kecamatan di Kota Surabaya tahun 2015. Persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 dengan kategori tinggi di tunjukkan dengan warna coklat yaitu di Kecamatan Benowo, Lakarsantri, Kenjeran, Genteng, Wonoclo dan Rungkut dengan besar persentase berada di antara interval 99,997% hingga 116,45%. Selanjutnya, untuk kategori sedang pada persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 terdapat di 22 kecamatan yang berada di antara interval 83,543% hingga 99,997% . Persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 dengan kategori rendah di tunjukkan dengan warna putih terdapat di Kecamatan Pakal, Semampir dan Bulak berada di antara interval 67,09% hingga 83,543%.

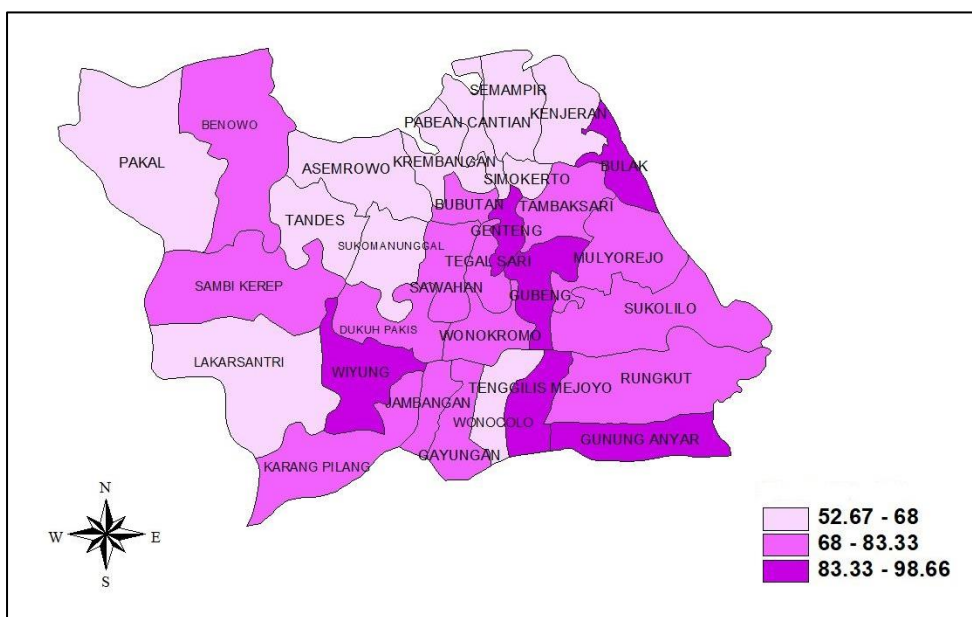


Gambar 4.5 Penyebaran Persentase Ibu Hamil Mendapatkan Tablet Fe3 Menurut Kecamatan di Kota Surabaya

4.3.1.6 Persentase Rumah Tangga ber-PHBS

Persentase rumah tangga yang ber-Perilaku Hidup Bersih dan Sehat (PHBS) didapatkan dari jumlah rumah tangga yang melaksanakan 10 indikator PHBS dibagi dengan rumah tangga yang dipantau. Kondisi lingkungan yang bersih dan sehat dapat mencegah berkembangannya penyakit. Adapun penyebaran rumah tangga ber-PHBS ditampilkan pada Gambar 4.6. Gambar 4.6 menunjukkan penyebaran rumah tangga ber-PHBS setiap kecamatan di Kota Surabaya tahun 2015. Persentase rumah tangga ber-PHBS dengan kategori tinggi di tunjukkan dengan warna ungu tua yaitu terdapat di Kecamatan Bulak, Genteng, Gubeng,

Wiyung, Tenggilis Mejoyo dan Gunung Anyar dengan besar persentase berada di antara interval 83,33% hingga 98,66%. Selanjutnya, untuk kategori sedang pada persentase rumah tangga ber-PHBS terdapat di 15 kecamatan berada di antara interval 68% hingga 83,33%. Persentase persalinan oleh tenaga kesehatan dengan kategori rendah di tunjukkan dengan warna ungu muda terdapat di Kecamatan Pakal, Lakarsantri, Asemrowo, Tandes, Sukomanunggal, Krembangan, Pabean Cantian, Simokerto, Semampir dan Kenjeran berada di antara interval 52,67% hingga 68%.



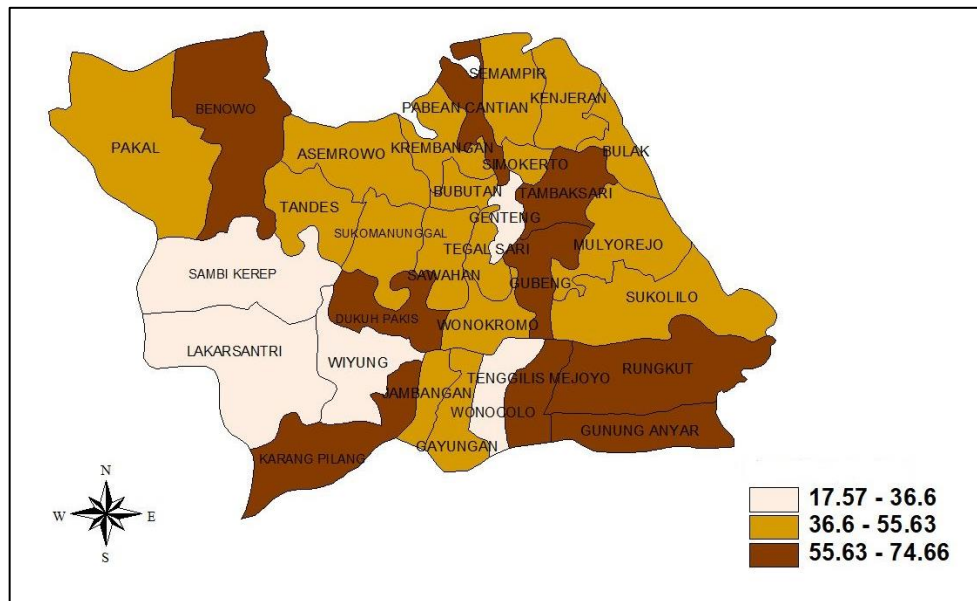
Gambar 4.6 Penyebaran Rasio Puskesmas Penyebaran Persentase Rumah Tangga ber-PHBS Menurut Kecamatan di Kota Surabaya

4.3.1.7 Rasio Puskesmas

Rasio puskesmas merupakan jumlah penduduk di bagi dengan jumlah puskesmas per 1000 penduduk. Adapun penyebaran rasio puskesmas di Kota Surabaya sebagai berikut. Tersedianya puskesmas per masing-masing kecamatan diharapkan dapat menjangkau masyarakat agar mendapatkan pelayanan kesehatan dengan mudah bermutu

Gambar 4.7 menunjukkan penyebaran rasio puskesmas setiap kecamatan di Kota Surabaya tahun 2015. Rasio puskesmas dengan kategori tinggi di tunjukkan dengan warna coklat tua yaitu terdapat di Kecamatan Benowo, Dukuh Pakis, Karang Pilang, Pabean Cantian, Tambaksari, Gubeng, Tenggilis Mejoyo, Rungkut dan Gunung Anyar dengan besar rasio berada di antara interval 55,63 hingga 74,66.

Selanjutnya, untuk kategori sedang pada rasio puskesmas terdapat di 17 kecamatan berada di antara interval 36,6 hingga 55,63. Rasio puskesmas dengan kategori rendah di tunjukkan dengan warna putih terdapat di Kecamatan Sambikerep, Lakarsantri, Wiyung, Genteng dan Wonocolo berada di antara interval 17,57 hingga 36,6.



Gambar 4.7 Penyebaran Rasio Puskesmas Menurut Kecamatan di Kota Surabaya

4.3.2 Pemeriksaan Korelasi Antar Variabel Respon

Variabel respon pada analisis regresi bivariat harus memiliki korelasi. Penelitian ini menggunakan data jumlah kasus kematian bayi (Y_1) dan jumlah kasus kematian ibu (Y_2) sebagai variabel respon. Korelasi antar variabel respon sebesar 0,495. Nilai tersebut menunjukkan adanya korelasi positif yang artinya semakin besar jumlah kasus kematian bayi, maka semakin besar pula jumlah kasus kematian ibu. Sebaliknya, semakin rendah jumlah kasus kematian bayi, maka semakin rendah pula jumlah kasus kematian ibu. Hipotesis yang digunakan dalam pengujian adalah:

$H_0 : \rho_{12} = 0$; tidak terdapat hubungan antara Y_1 dan Y_2

$H_1 : \rho_{12} \neq 0$; terdapat hubungan antara Y_1 dan Y_2

Berdasarkan persamaan (2.36), statistik uji t yang digunakan dalam pengujian ini sebagai berikut:

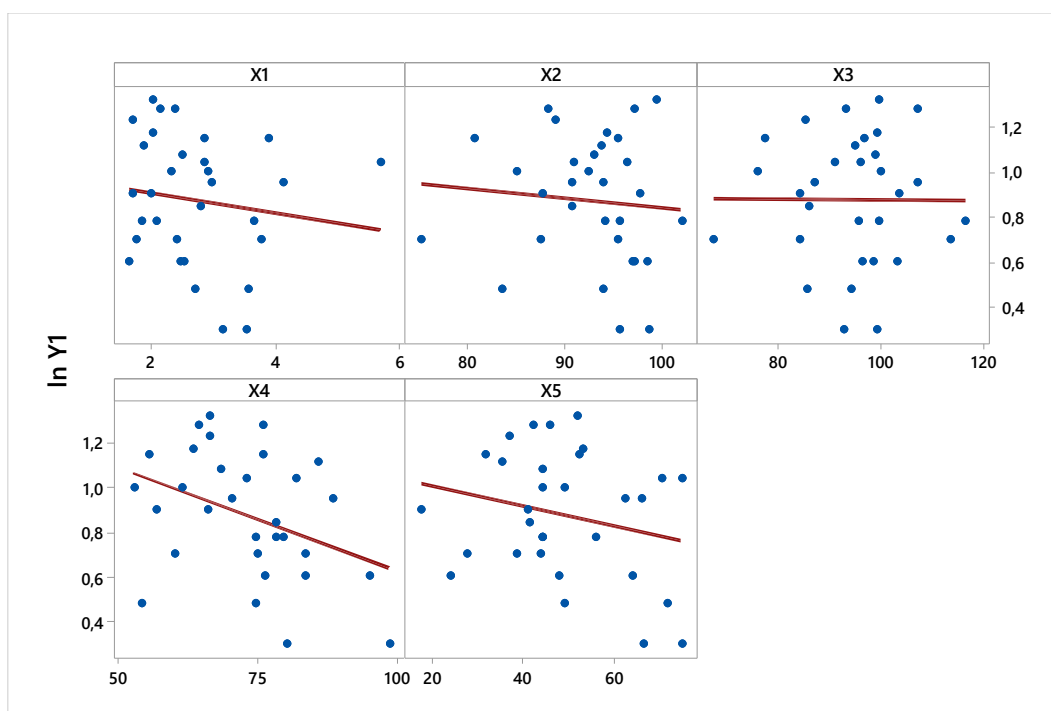
$$t_{hit} = \frac{0,495\sqrt{31-2}}{\sqrt{1-(0,495)^2}} = 3,068$$

Nilai t yang diperoleh sebesar 3,068 lebih besar daripada $t_{\frac{0,05}{2}, 29} = 2,045$ sehingga

keputusan yang diperoleh tolak H_0 . Kesimpulannya adalah terdapat korelasi antara jumlah kasus kematian bayi dan kematian ibu di Kota Surabaya tahun 2015.

4.3.3 Pola Hubungan Variabel Respon dan Variabel Prediktor

Pola hubungan jumlah kematian bayi (Y_1) dan variabel prediktor dapat dilihat pada Gambar 4.8 berikut

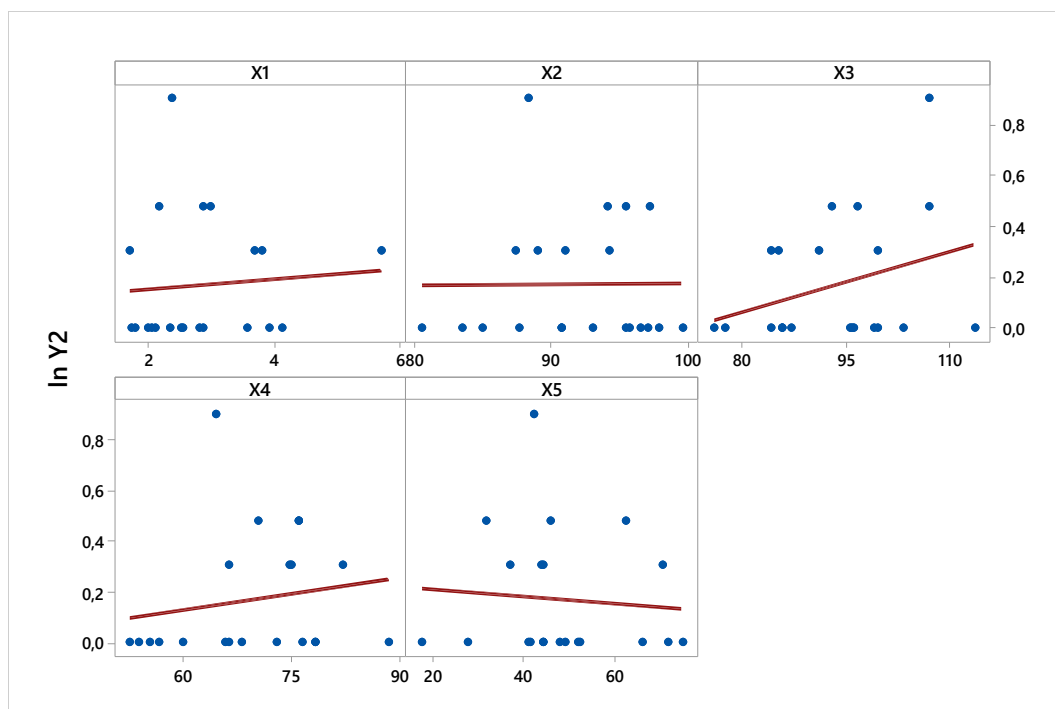


Gambar 4.8 Scatterplot antar Logaritma Natural Jumlah Kematian Bayi dan Variabel Prediktor

Gambar 4.8 menunjukkan pola hubungan antara jumlah kematian bayi dan variabel prediktor. Rasio tenaga kesehatan (X_1) memiliki hubungan negatif dengan jumlah kematian bayi artinya apabila rasio tenaga kesehatan meningkat maka jumlah kematian bayi akan menurun, begitu juga pola hubungan persentase persalinan oleh tenaga kesehatan (X_2), persentase rumah tangga ber-PHBS (X_4) dan rasio puskesmas (X_5) terhadap jumlah kematian bayi. Persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 (X_3) memiliki hubungan positif terhadap jumlah kematian bayi artinya apabila persentase persalinan oleh tenaga kesehatan meningkat maka jumlah kematian bayi ikut meningkat.

Pola hubungan jumlah kematian ibu (Y_2) dan variabel prediktor dapat dilihat pada Gambar 4.9. Rasio tenaga kesehatan (X_1) memiliki hubungan positif

dengan jumlah kematian ibu artinya apabila rasio tenaga kesehatan meningkat maka jumlah kematian bayi ikut meningkat, begitu juga pola hubungan persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 (X_3) terhadap jumlah kematian ibu. Persentase persalinan oleh tenaga kesehatan (X_2) memiliki hubungan negatif terhadap jumlah kematian ibu artinya apabila persentase persalinan oleh tenaga kesehatan meningkat maka jumlah kematian ibu akan menurun, begitu juga pola hubungan persentase rumah tangga ber-PHBS (X_4) dan rasio puskesmas (X_5) terhadap jumlah kematian ibu.



Gambar 4.9 Scatterplot antar Logaritama Natural Jumlah Kematian Ibu dan Variabel Prediktor

4.3.4 Pemeriksaan Multikolinieritas

Sebelum melakukan analisis dengan metode MGWBPIGR perlu dilakukan pengujian multikolinieritas terhadap data yang digunakan untuk melihat antar variabel prediktor apakah ada tidaknya korelasi yang tinggi. Ada beberapa cara untuk mendeteksi kasus multikolinieritas yaitu dengan matriks koefisien korelasi dan nilai VIF. Berikut ini merupakan matriks koefisien korelasi antar variabel.

Tabel 4.3 Koefisien Korelasi Antar Variabel

Variabel Prediktor	Y_1	Y_2	X_1	X_2	X_3	X_4
Y_2	0,495					
X_1	-0,169	0,084				
X_2	-0,046	-0,159	-0,286			

Tabel 4.3 Koefisien Korelasi Antar Variabel (Lanjutan)

Variabel Prediktor	Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
X ₃	0,006	0,147	-0,292	0,804		
X ₄	-0,351	-0,241	0,186	0,328	0,061	
X ₅	-0,120	-0,067	0,622	0,034	-0,080	0,291

Adanya kasus multikolinieritas dilihat dari koefisien korelasi pearson jika nilainya lebih besar dari 0,95. Berdasarkan Tabel 4.3, semua koefisien korelasi antar variabel prediktor kurang dari 0,95 maka tidak adanya kasus multikolinieritas pada data yang digunakan. Kriteria lain yang dapat mendeteksi kasus multikolinieritas adalah nilai VIF. Terjadinya multikolinieritas jika nilai VIF lebih besar dari 10. Nilai VIF masing-masing variabel prediktor ditampilkan pada Tabel 4.4.

Tabel 4.4 Nilai VIF dari Variabel Prediktor

Variabel	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
VIF	1,985	3,990	3,285	1,419	1,821

Berdasarkan Tabel 4.4 dapat diketahui bahwa nilai VIF masing-masing prediktor bernilai kurang dari 10, maka dapat disimpulkan tidak ada kasus multikolinieritas. Sehingga dapat dilanjutkan ke pemodelan regresi *Bivariat Poisson Inverse Gaussian*.

4.3.5 Pendeteksian Over/Underdispersi

Dalam regresi poisson terdapat asumsi yang harus dipenuhi yaitu nilai rata-rata dan varians harus sama disebut *equidispersion*. Untuk memenuhi kondisi *equidispersion* jarang terpenuhi sehingga muncul adanya kasus overdispersi. Untuk mendeteksi, dapat dilihat dari nilai *deviance/db* atau *pearson/db*. Jika nilai *deviance/db* atau *pearson/db* lebih besar dari 1, maka dapat dikatakan terjadinya overdispersi.

Tabel 4.5 Nilai Deviance dan Pearson dari Model Regresi Poisson

Variabel	Kriteria	Nilai	db	Nilai/db
Jumlah kematian bayi	<i>Deviance</i>	77,630	24	3,235
	<i>Pearson chi-square</i>	78,313	24	3,263
Jumlah kematian ibu	<i>Deviance</i>	33,388	24	1,391
	<i>Pearson chi-square</i>	34,752	24	1,448

Berdasarkan output hasil analisis pada Lampiran 12 dan Lampiran 13 yang disajikan dalam Tabel 4.5 diperoleh nilai *deviance/db* atau *pearson/db* lebih besar dari 1, sehingga dapat disimpulkan bahwa jumlah kasus kematian bayi dan kematian ibu di Kota Surabaya Tahun 2015 terjadi kasus overdispersi.

4.3.6 Pemodelan Jumlah Kasus Kematian Bayi dan Kematian Ibu di Kota Surabaya Tahun 2015 dengan BPIGR

Model BPIGR menghasilkan nilai pendugaan yang bersifat global atau sama untuk masing-masing kecamatan di Kota Surabaya. Pengujian hipotesis secara serentak terhadap parameter dilakukan untuk mengetahui variabel prediktor secara bersama-sama memberikan pengaruh terhadap variabel respon. Hipotesis pengujian parameter BPIGR secara serentak sebagai berikut.

$$H_0 : \beta_{j1} = \beta_{j2} = \dots = \beta_{j5} = 0 \text{ dengan } j = 1, 2$$

$$H_1 : \text{Paling sedikit ada satu } \beta_{jk} \neq 0 \text{ dengan } j = 1, 2 \text{ dan } k = 1, 2, \dots, 5$$

Statistik uji G^2 yang diperoleh sebesar 4179,8962 terdapat pada Lampiran 18. Nilai G^2 lebih besar dari $\chi^2_{(0,05;10)}$ yaitu 18,307. Sehingga diperoleh keputusan Tolak H_0 yang berarti bahwa paling sedikit ada satu variabel prediktor yang berpengaruh terhadap model. Oleh karena itu, perlu dilanjutkan pada pengujian secara parsial dengan hipotesis dan hasil pengujian secara parsial dapat dilihat pada Tabel 4.6 berikut ini

$$H_0 : \beta_{jk} = 0 \text{ (pengaruh variabel ke-} k \text{ tidak signifikan)}$$

$$H_1 : \beta_{jk} \neq 0 \text{ (pengaruh variabel ke-} k \text{ signifikan)}$$

Tabel 4.6 Nilai Taksiran dan Pengujian Hipotesis Parsial Parameter BPIGR

Parameter	Estimasi	Standar Error	Z _{Hitung}	P-Value
β_{10}	-5,6266	$2,5987 \times 10^{-4}$	21651,617	0,000
β_{11}	0,0581	$1,5379 \times 10^{-6}$	-37756,959	0,000
β_{12}	0,2594	$3,4514 \times 10^{-8}$	-7516800,034	0,000
β_{13}	-0,0776	$4,5669 \times 10^{-9}$	16999144,509	0,000
β_{14}	-0,1136	$1,5326 \times 10^{-8}$	7409395,062	0,000
β_{15}	-0,0180	$6,7858 \times 10^{-8}$	2652308,521	0,000
β_{20}	2,2664	$1,9954 \times 10^{-3}$	-1135,825	0,000
β_{21}	3,1031	$1,1384 \times 10^{-5}$	-272579,387	0,000
β_{22}	0,0972	$2,6728 \times 10^{-7}$	-363634,424	0,000
β_{23}	0,0921	$4,0941 \times 10^{-8}$	-2248687,989	0,000
β_{24}	-0,2938	$1,3099 \times 10^{-7}$	2242903,799	0,000

Tabel 4.6 Nilai Taksiran dan Pengujian Hipotesis Parsial Parameter BPIGR (Lanjutan)

Parameter	Estimasi	Standar Error	Z_{hitung}	P-Value
β_{25}	-0,1694	$6,2913 \times 10^{-8}$	2692908,561	0,000
τ	-101,8291	$8,3495 \times 10^{-4}$	1219583,700	0,000

Pengujian parsial ini menggunakan statistik uji $|Z_{\text{hitung}}|$ yang dibandingkan dengan Z_{tabel} dengan menggunakan taraf signifikansi 5% didapat $Z_{(0,05/2)}$ sebesar 1,96. Tabel 4.6 menunjukkan bahwa $|Z_{\text{hitung}}|$ dari masing-masing variabel prediktor lebih besar dari 1,96 sehingga keputusan tolak H_0 . Sehingga semua variabel prediktor secara parsial memberikan pengaruh signifikan terhadap jumlah kasus kematian bayi dan kematian ibu di Kota Surabaya tahun 2015. Berikut persamaan model BPIGR untuk jumlah kasus kematian bayi di Kota Surabaya tahun 2015 yang dihasilkan.

$$\hat{\mu}_1 = \exp(-5,6266 + 0,0581X_1 + 0,2594X_2 - 0,0776X_3 - 0,1136X_4 - 0,0180X_5)$$

Persamaan model BPIGR untuk jumlah kasus kematian ibu di Kota Surabaya tahun 2015 sebagai berikut.

$$\hat{\mu}_2 = \exp(2,2664 + 3,1031X_1 + 0,0972X_2 + 0,0921X_3 - 0,2938X_4 - 0,1694X_5)$$

Selain itu, nilai p pada parameter τ kurang dari $\alpha(0,05)$, maka tolak H_0 yang berarti nilai parameter dispersi tidak sama dengan nol dan dapat disimpulkan terjadi overdispersi pada jumlah kasus kematian bayi dan kematian ibu di Kota Surabaya tahun 2015. Beberapa interpretasi penaksiran parameter yang tidak sesuai dengan teori mengenai kasus kematian bayi dan kematian ibu di Kota Surabaya tahun 2015 disebabkan oleh keterbatasan dalam pengumpulan data.

4.3.7 Pengujian Heterogenitas Spasial

Perbedaan karakteristik antara satu titik pengamatan dengan titik pengamatan lainnya menyebabkan adanya heterogenitas spasial. Adanya keragaman spasial diidentifikasi dengan menggunakan uji Glejser dengan hipotesis yang digunakan untuk melihat apakah terdapat heterogenitas spasial sebagai berikut.

$H_0 : \sum_1 = \sum_2 = \dots = \sum_n = \sum$ (tidak terdapat heterogenitas spasial)

$H_1 : \text{Minimal ada satu } \sum_i \neq \sum; i = 1, 2, \dots, n$ (terdapat heterogenitas spasial)

Berdasarkan hasil pengujian heterogenitas spasial pada Lampiran 29, nilai G^2 sebesar 50,0201 lebih besar dari $\chi^2_{(0,05;10)}$ yaitu 18,307. Sehingga diperoleh keputusan Tolak H_0 yang berarti bahwa jumlah kematian ibu dan kematian bayi di Kota Surabaya mempunyai keragaman spasial antar wilayah.

4.3.8 Pemodelan Jumlah Kasus Kematian Bayi dan Kematian Ibu di Kota Surabaya Tahun 2015 dengan GWBPIGR

Pemodelan GWBPIGR melibatkan faktor geografis dari setiap kecamatan di Kota Surabaya. Faktor geografis tersebut berupa titik koordinat garis Lintang Selatan (LS) dan Bujur Timur (BT) untuk setiap kecamatan disajikan pada Lampiran 4. Berdasarkan titik koordinat dapat ditentukan jarak *Euclidian* antar kecamatan. Fungsi Kernel yang digunakan dalam pemodelan GWBPIGR yaitu Fungsi Kernel *Fixed* Gaussian, *Adaptive* Gaussian, *Fixed* Bisquare dan *Adaptive* Bisquare. Fungsi Kernel yang digunakan untuk pembentukan matriks pembobot spasial adalah Fungsi Kernel *Adaptive* Bisquare. Matriks pembobot spasial yang diperoleh untuk tiap-tiap lokasi memiliki model yang berbeda-beda kemudian digunakan dalam proses mencari penaksiran parameter model regresi. Matriks pembobot spasial yang diperoleh dapat dilihat pada Lampiran 22.

Pengujian hipotesis secara serentak terhadap parameter pada model GWBPIGR dilakukan untuk mengetahui variabel prediktor secara bersama-sama berpengaruh terhadap model. Hipotesis yang digunakan pada model GWBPIGR secara serentak sebagai berikut.

$H_0 : \beta_{j1}(u_i, v_i) = \beta_{j2}(u_i, v_i) = \dots = \beta_{j5}(u_i, v_i) = 0$ dengan $i = 1, 2, \dots, 31$; $j = 1, 2$

$H_1 : \text{Paling sedikit ada satu } \beta_{jk}(u_i, v_i) \neq 0$ dengan $k = 1, 2, \dots, 5$

Statistik uji G^2 yang diperoleh sebesar 2539581 terdapat pada Lampiran 24 nilai G^2 lebih besar dari $\chi^2_{(0,05;10)}$ yaitu 18,307. Sehingga diperoleh keputusan Tolak H_0 yang berarti bahwa paling sedikit ada satu variabel prediktor yang berpengaruh terhadap model. Oleh karena itu, perlu dilanjutkan pada pengujian secara parsial dengan hasil

pengujian secara parsial untuk lokasi Lakarsantri dapat dilihat pada Tabel 4.7 berikut ini

Tabel 4.7 Nilai Taksiran dan Pengujian Hipotesis Parsial Parameter GWBPIGR pada Lokasi Lakarsantri

Parameter	Estimasi	Standar Error	Z _{Hitung}	P-Value
β_{10}	2,7740	0,0037	743,8825	0,000
β_{11}	-0,0634	0,0037	-17,2054	0,000
β_{12}	0,0519	0,0006	84,7470	0,000
β_{13}	0,0308	0,0008	40,2516	0,000
β_{14}	0,0044	0,0008	5,5442	0,000
β_{15}	0,0009	0,0026	0,3359	0,737
β_{20}	4,0332	0,0022	1872,5937	0,000
β_{21}	0,3889	0,0022	180,6015	0,000
β_{22}	-0,0851	0,0021	-40,0291	0,000
β_{23}	0,0854	0,0021	40,2345	0,000
β_{24}	0,0099	0,0021	4,6423	0,000
β_{25}	0,0002	0,0021	0,0085	0,932
τ	14415,20	0,0001	$2,3728 \times 10^8$	0,000

Tabel 4.7 menunjukkan untuk lokasi Kecamatan Lakarsantri diketahui bahwa terdapat empat variabel prediktor yang berpengaruh secara signifikan terhadap jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu. Persamaan model GWBPIGR untuk jumlah kasus kematian bayi di Kecamatan Lakarsantri sebagai berikut.

$$\hat{\mu}_1 = \exp(2,7740 - 0,0634X_1 + 0,0519X_2 + 0,0308X_3 + 0,0044X_4 + 0,0009X_5)$$

Persamaan model GWBPIGR untuk jumlah kasus kematian ibu di Kecamatan Lakarsantri sebagai berikut.

$$\hat{\mu}_2 = \exp(4,0332 + 0,3889X_1 - 0,0851X_2 + 0,0854X_3 + 0,0099X_4 + 0,0002X_5)$$

Pengujian secara parsial untuk lokasi Gunung Anyar dapat dilihat pada Tabel 4.8 sebagai berikut.

Tabel 4.8 Nilai Taksiran dan Pengujian Hipotesis Parsial Parameter GWBPIGR pada Lokasi Gunung Anyar

Parameter	Estimasi	Standar Error	Z _{Hitung}	P-Value
β_{10}	2,7894	0,0005	5201,23	0,000
β_{11}	-0,0487	0,0005	-91,3832	0,000
β_{12}	0,0208	0,0004	59,4603	0,000
β_{13}	0,0004	0,0005	0,6924	0,489
β_{14}	-0,0193	0,0003	-72,8117	0,000
β_{15}	-0,0038	0,0004	-9,0055	0,000

Tabel 4.8 Nilai Taksiran dan Pengujian Hipotesis Parsial Parameter GWBPIGR pada Lokasi Gunung Anyar (Lanjutan)

Parameter	Estimasi	Standar Error	Z _{Hitung}	P-Value
β_{20}	4,0153	0,0009	4556,663	0,000
β_{21}	0,3710	0,0009	423,6789	0,000
β_{22}	-0,1026	0,0005	-200,981	0,000
β_{23}	0,0685	0,0004	155,7675	0,000
β_{24}	-0,0085	0,0006	-13,678	0,000
β_{25}	-0,0179	0,0007	-24,9805	0,000
τ	0.0359	1,91 x 10 ⁻⁹	18747577	0,000

Tabel 4.8 menunjukkan untuk lokasi Kecamatan Gunung Anyar diketahui bahwa terdapat empat variabel prediktor yang berpengaruh secara signifikan terhadap jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu. Persamaan model GWBPIGR untuk jumlah kasus kematian bayi di Kecamatan Gunung Anyar sebagai berikut.

$$\hat{\mu}_1 = \exp(2,7894 - 0.0487X_1 + 0,0208X_2 + 0.0004X_3 - 0.0193X_4 - 0.00389X_5)$$

Persamaan model GWBPIGR untuk jumlah kasus kematian ibu di Kecamatan Gunung Anyar sebagai berikut.

$$\hat{\mu}_2 = \exp(4,0153 + 0.3710X_1 - 0.1026X_2 + 0,0685X_3 - 0,0085X_4 - 0,0179X_5)$$

Hasil estimasi parameter GWBPIGR dan parameter yang signifikan di setiap kecamatan pada kasus kematian bayi dan kematian ibu disajikan pada Tabel 4.9. Tabel 4.9 menjelaskan bahwa pembobot dengan fungsi Kernel *Adaptive Bisquare* pada jumlah kasus kematian bayi dan jumlah kematian ibu memiliki variabel prediktor yang hampir sama untuk setiap kecamatan. Pada Kecamatan Gunung Anyar variabel Persentase Ibu Hamil Mendapatkan Tablet Fe3 (X_3) tidak berpengaruh signifikan. Sedangkan pada Kecamatan Lakarsantri variabel Rasio Puskesmas (X_5) tidak berpengaruh signifikan. Variabel yang tidak berpengaruh signifikan ini dikarenakan adanya pengaruh spasial pada kedua lokasi.

Tabel 4.9 Variabel yang Signifikan di Setiap Kecamatan di Kota Surabaya

No.	Kecamatan	Kematian Bayi	Kematian Ibu
1.	Karang Pilang	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
2.	Jambangan	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
3.	Gayungan	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
4.	Wonocolo	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
5.	Tenggiling Mejoyo	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
6.	Gunung Anyar	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
7.	Rungkut	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5

Tabel 4.9 Variabel yang Signifikan di Setiap Kecamatan di Kota Surabaya (Lanjutan)

No.	Kecamatan	Kematian Bayi	Kematian Ibu
8.	Sukolilo	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
9.	Mulyorejo	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
10.	Gubeng	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
11.	Wonokromo	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
12.	Dukuh Pakis	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
13.	Wiyung	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
14.	Lakarsantri	X_1, X_2, X_3, X_4	X_1, X_2, X_3, X_4
15.	Sambikerep	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
16.	Tandes	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
17.	Sukomanunggal	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
18.	Sawahan	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
19.	Tegalsari	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
20.	Genteng	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
21.	Tambaksari	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
22.	Kenjeran	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
23.	Bulak	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
24.	Simokerto	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
25.	Semampir	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
26.	Pabean Cantikan	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
27.	Bubutan	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
28.	Krembangan	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
29.	Asemrowo	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
30.	Benowo	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5
31.	Pakal	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5

4.3.9 Pemodelan Jumlah Kasus Kematian Bayi dan Kematian Ibu di Kota Surabaya Tahun 2015 dengan MGWBPIGR

Berdasarkan analisis GWBPIGR menunjukkan bahwa variabel prediktor X_1 , X_2 dan X_4 berpengaruh terhadap semua lokasi (berpengaruh secara global), sedangkan variabel X_3 dan X_5 hanya berpengaruh pada beberapa lokasi (berpengaruh secara lokasi). Oleh karena itu dengan variabel tersebut akan dibentuk model MGWBPIGR. Pemodelan jumlah kasus kematian bayi dan kematian ibu menggunakan MGWBPIGR diharapkan memperoleh hasil yang lebih baik daripada pemodelan menggunakan GWBPIGR.

Pengujian hipotesis secara serentak terhadap parameter pada model MGWBPIGR dilakukan untuk mengetahui variabel prediktor secara bersama-sama berpengaruh terhadap model. Hipotesis yang digunakan pada model MGWBPIGR secara serentak sebagai berikut.

$$H_0 : \beta_{j1}(u_i, v_i) = \beta_{j2}(u_i, v_i) = \dots = \beta_{j5}(u_i, v_i) = 0 \text{ dengan } i = 1, 2, \dots, 31 ; j = 1, 2$$

$$H_1 : \text{Paling sedikit ada satu } \beta_{jk}(u_i, v_i) \neq 0 \text{ dengan } k = 1, 2, \dots, 5$$

Statistik uji G^2 yang diperoleh sebesar 5092,11 terdapat pada Lampiran 27. Nilai G^2 lebih besar dari $\chi^2_{(0,05;10)}$ yaitu 18,307. Sehingga diperoleh keputusan H_0 yang berarti bahwa paling sedikit ada satu variabel prediktor yang berpengaruh terhadap model. Oleh karena itu, perlu dilanjutkan pada pengujian secara parsial dilakukan untuk mengetahui variabel global dan lokal yang berpengaruh secara signifikan. Hipotesis pengujian secara parsial untuk variabel global sebagai berikut.

$$H_0 : \beta_{jk} = 0 (\text{pengaruh variabel ke-} k \text{ tidak signifikan})$$

$$H_1 : \beta_{jk} \neq 0 (\text{pengaruh variabel ke-} k \text{ signifikan})$$

Sedangkan hipotesis pengujian secara parsial untuk variabel lokal sebagai berikut.

$$H_0 : \beta_{jk}(u_i, v_i) = 0 (\text{pengaruh variabel ke-} k \text{ tidak signifikan})$$

$$H_1 : \beta_{jk}(u_i, v_i) \neq 0 (\text{pengaruh variabel ke-} k \text{ signifikan})$$

Tabel 4.10 Nilai Taksiran dan Pengujian Hipotesis Parsial Parameter MGWBPIGR pada Lokasi Pertama (Karang Pilang)

Parameter	Estimasi	Standar Error	Z Hitung	P-Value
β_{10}	2,5153	$2,5398 \times 10^{-14}$	$9,9034 \times 10^{13}$	0,000
β_{13}	-0,0002	$2,4666 \times 10^{-12}$	$-6,1286 \times 10^7$	0,000
β_{15}	-0,0061	$1,2370 \times 10^{-12}$	$-4,9366 \times 10^9$	0,000
β_{20}	-1,0481	$4,6263 \times 10^{-15}$	$-2,2655 \times 10^{14}$	0,000
β_{23}	0,0171	$4,4929 \times 10^{-13}$	$3,8004 \times 10^{10}$	0,000
β_{25}	-0,0079	$2,2532 \times 10^{-13}$	$-3,4976 \times 10^{10}$	0,000
γ_{11}	-0,0586	$2,2766 \times 10^{-13}$	$-2,5752 \times 10^{11}$	0,000
γ_{12}	0,0062	$7,7781 \times 10^{-12}$	$7,9544 \times 10^8$	0,000
γ_{14}	-0,0177	$6,1312 \times 10^{-12}$	$-2,8919 \times 10^9$	0,000
γ_{21}	0,1790	$5,9069 \times 10^{-14}$	$3,0304 \times 10^{12}$	0,000
γ_{22}	-0,0003	$2,0181 \times 10^{-12}$	$-1,5543 \times 10^8$	0,000
γ_{24}	-0,0275	$1,5907 \times 10^{-12}$	$-1,7281 \times 10^{10}$	0,000
τ	$2,4307 \times 10^{-5}$	$5,5755 \times 10^{-9}$	$4,3727 \times 10^3$	0,000

Berdasarkan Tabel 4.10 untuk lokasi Kecamatan Karang Pilang diketahui bahwa terdapat semua variabel prediktor yang berpengaruh secara signifikan terhadap jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu. Persamaan model MGWBPIGR untuk jumlah kasus kematian bayi di Kecamatan Karang Pilang sebagai berikut.

$$\hat{\mu}_1 = \exp(2,5153 - 0,0002X_3 - 0,0061X_5 - 0,0586X_1 + 0,0062X_2 - 0,0177X_4)$$

Penaksiran parameter pada persamaan model regresi untuk jumlah kasus kematian ibu di Kota Surabaya dapat diketahui bahwa setiap kenaikan satu persen persalinan oleh tenaga kesehatan (X_2) maka akan meningkatkan rata-rata jumlah kasus kematian bayi sebesar 1,0062 kali dari rata-rata jumlah kasus kematian bayi semula dengan syarat variabel prediktor lainnya konstan. Pola hubungan yang diperoleh dari pendugaan parameter tidak sesuai dengan pola hubungan yang diperoleh pada Gambar 4.8. Hal tersebut disebabkan korelasi antara persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 dan persentase persalinan oleh tenaga kesehatan lebih tinggi daripada korelasi antara jumlah kematian bayi dan persentase persalinan oleh tenaga kesehatan. Jika rasio tenaga kesehatan (X_1) meningkat satu persen maka rata-rata jumlah kasus kematian bayi di Kota Surabaya tahun 2015 akan menurun sebesar 0,94301 kali dari rata-rata jumlah kasus kematian bayi semula dengan syarat variabel prediktor lainnya konstan, selain itu intepretasi yang sama untuk persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3, persentase rumah tangga ber-PHBS dan rasio puskesmas.

Persamaan model GWBPIGR untuk jumlah kasus kematian ibu di Kota Surabaya tahun 2015 sebagai berikut.

$$\hat{\mu}_2 = \exp(-1,0481 + 0,0171X_3 - 0,0079X_5 + 0,1790X_1 - 0,0003X_2 - 0,0275X_4)$$

Penaksiran parameter pada persamaan model regresi untuk jumlah kasus kematian ibu di Kota Surabaya dapat diketahui bahwa setiap kenaikan satu rasio tenaga kesehatan (X_1) maka akan meningkatkan rata-rata jumlah kasus kematian ibu sebesar 1,196 kali dari rata-rata jumlah kasus kematian ibu semula dengan syarat variabel prediktor lainnya konstan. Hal ini dikarenakan pada rasio tenaga kesehatan didapatkan dari jumlah dokter, bidan dan perawat dibagi jumlah penduduk per 1000 penduduk. Selain itu intepretasi yang sama untuk persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3. Jika persentase rumah tangga ber-PHBS (X_4) meningkat satu persen maka rata-rata jumlah kasus kematian ibu di Kota Surabaya tahun 2015 akan menurun sebesar 0,9729 kali dari rata-rata jumlah kasus kematian ibu semula

dengan syarat variabel prediktor lainnya konstan, selain itu interpretasi yang sama untuk persentase persalinan oleh tenaga kesehatan dan rasio puskesmas.

Hasil estimasi parameter MGWBPIGR dan parameter yang signifikan di semua kecamatan pada kasus kematian bayi dan kematian ibu. Sehingga semua variabel prediktor berpengaruh secara global.

4.3.10 Pemilihan Model Terbaik

Perbandingan model BPIGR, GWBPIGR dan MGWBPIGR dilakukan untuk mengetahui model yang lebih baik digunakan dalam pemodelan jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Kota Surabaya tahun 2015. Kriteria pemilihan model terbaik yang digunakan dengan melihat nilai AIC. Model terbaik adalah model dengan nilai AIC terkecil.

Tabel 4.11 Pemilihan Model Terbaik

Model	Nilai AIC
BPIGR	191,0312
GWBPIGR	567,0325
MGWBPIGR	102,7759

Berdasarkan Tabel 4.11 nilai AIC terkecil diperoleh pada model MGWBPIGR. Maka dapat disimpulkan model terbaik untuk jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu per kecamatan di Kota Surabaya tahun 2015 adalah model MGWBPIGR.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan, diperoleh kesimpulan terkait hasil penelitian sebagai berikut.

1. Penaksiran parameter model *Mixed Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression* menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation*. Persamaan yang diperoleh dengan metode ini menghasilkan persamaan yang tidak *close form* sehingga penaksiran parameter diselesaikan dengan menggunakan iterasi *Newton-Raphson*, dan Matrik Hessian tidak menggunakan turunan kedua tetapi menggunakan Matriks *Fisher Information*.
2. Pengujian hipotesis terhadap parameter dilakukan secara serentak. Pengujian hipotesis secara serentak diperoleh dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* sehingga didapatkan statistik uji G^2 .
3. Pemodelan MGWBPIGR dengan menggunakan pembobot Adaptive Bisquare Kernel. Berdasarkan pengujian hipotesis secara serentak, model MWGBPIGR yang diperoleh merupakan model yang layak. Pada pengujian parsial semua variabel prediktor berpengaruh secara signifikan untuk setiap lokasi. Sehingga pada pemodelan MGWBPIGR variabel prediktor ini bersifat global untuk seluruh kecamatan di Kota Surabaya. Pada persebaran data jumlah kematian bayi terlihat data lebih mengelompok, ini salah satu penyebab pengaruh lokasi tidak terlihat.

5.2 Saran

Dari kesimpulan yang di dapatkan, maka ada beberapa hal yang dapat disarankan untuk penelitian selanjutnya, diantaranya:

1. Pada penelitian ini pengujian distribusi yang digunakan pengujian distribusi bivariate poisson dan terpenuhi, saran untuk peneliti selanjutnya untuk dapat menggunakan pengujian distribusi *poisson inverse gaussian*.
2. Pada pemodelan MGWBPIGR ini menggunakan iterasi *Newton Raphson* dengan *Matriks Fisher Information*. Saran bisa menggunakan iterasi lainnya seperti EM.
3. Berdasarkan hasil penelitian ini, saran yang bisa diberikan kepada pemerintah Kota Surabaya untuk dapat meningkatkan sosialisasi tentang kematian bayi dan kematian ibu serta solusi untuk pencegahannya.

DAFTAR PUSTAKA

- AlMuhayfith, F. E., Alzaid, A. A., & Omair, M. A. (2015). On Bivariate Poisson Regression Models. *Journal of King Saud University-Science*, 178-189.
- Amalia, J., Purhadi, & Otok, B. W. (2017). Parameter Estimation and Statistical Test of Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression Models. *AIP Conference Proceedings*. American Institute of Physics.
- Anselin, L. (1988). *Spatial Econometrics Methods and Models*. Dordrecht: Kluwer Academic Publihers.
- Badan Pusat Statistik. (2017, Agustus 26). Retrieved from <https://sirusa.bps.go.id/index.php>.
- Best, D. (1999). *Tests of Fit and Other Nonparametric Data Analysis*. New South Wales: University of Wollongong.
- Chaubey, Y. P. (2002). Estimation in Inverse Gaussian Regression: Comparison of Asymptotic and Bootstrap Distributions. *Journal of Statistical Planning and Inferences*, 135-143.
- Dinas Kesehatan Kota Surabaya. (2015). *Profil Kesehatan Kota Surabaya*. Surabaya: Dinkes Surabaya.
- Draper, N. R., & Smith, H. (1998). *Applied Regression Analysis* (Third Edition ed.). Toronto: John Willey & Sons, Inc.
- Fotheringham, A. S., Brunsdon, C., & Charlton, M. (2002). *Geographically Weighted Regression: The Analysis of Spatially Varying Relationships*. Chichester: Wiley.
- Hilbe, J. M. (2014). *Modeling Count Data*. New York: Cambridge University Press.
- Hocking, R. (1996). *Method and Applications of Linier Models*. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Johnson, R., & Wichern, D. (2007). *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Harlow: Pearson Education Limited.
- Jong, P. D., & Heller, G. Z. (2008). *Generalized Linear Models for Insurance Data*. New York: Cambridge University Press.
- Karlis, D., & Ntzoufras, I. (2005). Bivariate Poisson and Diagonal Inflated Bivariate Poisson Regression Models in R. *Journal od Statistical Software*, 1-36.
- Karlis, D., & Xekalaki, E. (2005). Mixed Poisson Distributions. *International Statistical Review*, 35-58.
- Kementrian Kesehatan Republik Indonesia. (2015). *Profil Kesehatan Indonesia*. Jakarta: Departemen Kesehatan.

- Khoshgoftaar, T. M., Gao, K., & Szabo, R. M. (2005). Comparing Software Fault Predictions of Pure and Zero-Inflated Poisson Regression Models. *International Journal of Systems Science*, 705-715.
- Nakaya, T., Fotheringham, A. S., Brunsdon, C., & Charlton, M. (2005). Geographically Weighted Poisson Regression for Disease Association Mapping. *Statistics in Medicine*, 2695-2717.
- Pritasari, E., & Purhadi. (2014). Regresi Bivariat Poisson dalam Pemodelan Jumlah Kematian Bayi dan Jumlah Kematian Ibu di Propinsi Jawa Timur. Surabaya: Intistitut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Ratnasari, N. T., & Purhadi. (2014). Pemodelan Faktor yang Mempengaruhi Jumlah HIV dan AIDS Propinsi Jawa Timur Menggunakan Regresi Poisson Bivariat. *Jurnal Sains dan Seni Pomits*, 213-218.
- Setiawan, D. I. (2017). Penaksiran Parameter dan Pengujian Hipotesis pada Model Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression. Surabaya: Program Pasca Sarjana: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Shoukri, M. M., Asyali, M. H., VanDorp, R., & Kelton, D. (2004). The Poisson Inverse Gaussian Regression Model in the Analysis od Clustered Counts Data. *Journal of Data Science*, 17-32.
- Stasinopoulos, D. M., & Rigby, R. A. (2007). Generalized Additive Models for Location Scale and Shape (GAMLSS) in R. *Journal of Statistical Software*.
- Unicef. (2012, September 3). Retrieved from <http://www.unicef.org/publications>.
- Wardani, D. K. (2016). Pendugaan Parameter dan Pengujian Hipotesis Bivariate Generalized Poisson Regression (Studi Kasus: Faktor-Faktor yang Berpengaruh Terhadap Kematian Bayi dan Kematian Ibu di Jawa Timur 2013). Surabaya: Program Pasca Sarjana, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Willwot, G. E. (1987). The Poisson Inverse Gaussian Distribution as an Alternative to the Negative Binomial. *Scandinavian Actuarial Journal*, 113-127.
- Zha, L., Lord, D., & Zou, Y. (2014). The Poisson Inverse Gaussian (PIG) Generalized Linear Regression Model for Analyzing Motor Vehicle Crash Data. *Journal of Transportation Safety & Security*.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Penurunan Fungsi *Likelihood* untuk populasi

Fungsi massa peluang bersama Y_1 dan Y_2 sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 & f(y_j; \beta_j(u, v); \tau; j = 1, 2) \\
 &= e^{\frac{1}{\tau}} K_s(z(u, v)) \left(\frac{2}{\pi\tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_j(u, v) \right)^{\frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_j - 1 \right)}{4}} \prod_{j=1}^2 \frac{\mu_j(u, v)^{y_j}}{y_j!} \\
 &= e^{\frac{1}{\tau}} K_s(z(u, v)) \left(\frac{2}{\pi\tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_j^T \beta_j(u, v) + \mathbf{x}_j^{*T} \gamma_j} \right)^{\frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_j - 1 \right)}{4}} \prod_{j=1}^2 \frac{e^{y_j \mathbf{x}_j^T \beta_j(u, v) + \mathbf{x}_j^{*T} \gamma_j}}{y_j!} \quad (1)
 \end{aligned}$$

dimana

$$\begin{aligned}
 s &= y_1 + y_2 - \frac{1}{2} \text{ dan } z(u, v) = \frac{1}{\tau} \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_j(u, v) \right)^{\frac{1}{2}} \\
 &= K_s(z(u, v)) = K_{y_1 + y_2 - \frac{1}{2}} \left[\frac{1}{\tau} \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_j(u, v) \right)^{\frac{1}{2}} \right]
 \end{aligned}$$

Fungsi *likelihood* untuk populasi dari Persamaan

(1) adalah

$$\begin{aligned}
 & f(\beta_j(u_i, v_i); \tau; j = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n) \\
 &= \prod_{i=1}^n \left(e^{\frac{1}{\tau}} K_s(z(u_i, v_i)) \left(\frac{2}{\pi\tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_{ji}^T \beta_j(u_i, v_i) + \mathbf{x}_{ji}^{*T} \gamma_j} \right)^{\frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4}} \prod_{j=1}^2 \frac{e^{y_{ji} \mathbf{x}_{ji}^T \beta_j(u_i, v_i) + \mathbf{x}_{ji}^{*T} \gamma_j}}{y_{ji}!} \right)
 \end{aligned}$$

Fungsi *likelihood* untuk menaksir lokasi ke i^* :

$$f(\beta_j(u_{i^*}, v_{i^*}); \tau; j = 1, 2)$$

Lampiran 1. Penurunan Fungsi Likelihood untuk Populasi (Lanjutan)

$$= \prod_{i=1}^n \left(e^{\frac{1}{\tau}} K_s \left(z(u_{i^*}, v_{i^*}) \right) \left(\frac{2}{\pi\tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j (u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \boldsymbol{\gamma}_j} \right)^{\frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4}} \times \right. \\ \left. \prod_{j=1}^2 \frac{e^{y_{ji} \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j (u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \boldsymbol{\gamma}_j}}{y_{ji} !} \right) \quad (2)$$

Fungsi ln *likelihood* dari Persamaan (2) sebagai berikut:

$$Q = \ln L \left(\boldsymbol{\beta}_j (u_{i^*}, v_{i^*}); \tau; j = 1, 2 \right) \\ = \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\frac{1}{\tau}} K_s \left(z(u_{i^*}, v_{i^*}) \right) \left(\frac{2}{\pi\tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j (u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \boldsymbol{\gamma}_j} \right)^{\frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4}} \times \right. \\ \left. \prod_{j=1}^2 \frac{e^{y_{ji} \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j (u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \boldsymbol{\gamma}_j}}{y_{ji} !} \right)$$

Fungsi ln *likelihood* dengan pembobot geografis sebagai berikut:

$$Q^* = \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\frac{1}{\tau}} K_s \left(z(u_{i^*}, v_{i^*}) \right) \left(\frac{2}{\pi\tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j (u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \boldsymbol{\gamma}_j} \right)^{\frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4}} \times w_{ii^*} \right) \\ = \sum_{i=1}^n \left(\ln e^{\frac{1}{\tau}} K_s \left(z(u_{i^*}, v_{i^*}) \right) \left(\frac{2}{\pi\tau} \right)^{\frac{1}{2}} w_{ii^*} + \ln \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j (u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \boldsymbol{\gamma}_j} \right)^{\frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4}} w_{ii^*} + \right. \\ \left. \ln \prod_{j=1}^2 \frac{e^{y_{ji} \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j (u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \boldsymbol{\gamma}_j}}{y_{ji} !} w_{ii^*} \right)$$

Lampiran 1. Penurunan Fungsi Likelihood untuk Populasi (Lanjutan)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \ln K_s \left(z(u_{i^*}, v_{i^*}) \right) w_{ii^*} + \ln \left(\frac{2}{\pi \tau} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \left(-\frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \right) \times \\
 &\ln \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \boldsymbol{\gamma}_j} \right) w_{ii^*} - \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^n \left(y_{ji} \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \boldsymbol{\gamma}_j \right) w_{ii^*} - \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^n (y_{ji}!) w_{ii^*} \quad (3)
 \end{aligned}$$

dimana w_{ii^*} adalah pembobot geografis

Turunan pertama fungsi \ln *likelihood* terhadap $\boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})$ adalah

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{K_s(z(u_{i^*}, v_{i^*}))} \frac{\partial K_s(z(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} w_{ii^*} + \\
 &\sum_{i=1}^n \left(-\frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \right) \left(\frac{1}{\left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \boldsymbol{\gamma}_j} \right)} \times \right. \\
 &\left. 2\tau e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \boldsymbol{\gamma}_1} \mathbf{x}_i^T w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n y_{li} \mathbf{x}_i^T w_{ii^*} \right) \\
 &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{K_s(z(u_{i^*}, v_{i^*}))} \frac{\partial K_s(z(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} w_{ii^*} - \\
 &\sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \right) \left(\frac{2\tau e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \boldsymbol{\gamma}_1} \mathbf{x}_i^T w_{ii^*}}{\left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \boldsymbol{\gamma}_j} \right)} + \sum_{i=1}^n y_{li} \mathbf{x}_i^T w_{ii^*} \right) \\
 &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{K_s(z(u_{i^*}, v_{i^*}))} \frac{\partial K_s(z(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*})} w_{ii^*} - \\
 &\sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{2 \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \boldsymbol{\gamma}_j} \right)} \right) \tau e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \boldsymbol{\gamma}_1} \mathbf{x}_i^T w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n y_{li} \mathbf{x}_i^T w_{ii^*} \quad (4)
 \end{aligned}$$

Lampiran 1. Penurunan Fungsi Likelihood untuk Populasi (Lanjutan)

Berdasarkan tabel integral dalam Gradshtey dan Ryzhik (1980) dalam Shoukri *et al* (2004) diketahui bahwa

$$K_{s+1}(z(u_i^*, v_i^*)) = K_{s+1}(z(u_i^*, v_i^*)) + \frac{2s}{z(u_i^*, v_i^*)} K_s(z(u_i^*, v_i^*)) \quad (5)$$

$$z(u_i^*, v_i^*) \frac{\partial K_s(z(u_i^*, v_i^*))}{\partial z(u_i^*, v_i^*)} = -z(u_i^*, v_i^*) K_{s+1}(z(u_i^*, v_i^*)) + s K_s(z(u_i^*, v_i^*)) \quad (6)$$

Diketahui $s = y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}$, sehingga

$$\frac{\partial K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}(z(u_i^*, v_i^*))}{\partial z(u_i^*, v_i^*)} = \frac{\left(-z(u_i^*, v_i^*) K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}(z(u_i^*, v_i^*)) + \left(y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2} \right) \times K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}(z(u_i^*, v_i^*)) \right)}{z(u_i^*, v_i^*)}$$

Definisikan $z(u_i^*, v_i^*) = \frac{1}{\tau} \sqrt{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)}$, maka

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}(z(u_i^*, v_i^*))}{\partial z(u_i^*, v_i^*)} &= \frac{\left(-\frac{1}{\tau} \sqrt{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)} K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}(z(u_i^*, v_i^*)) + \left(y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2} \right) \times K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}(z(u_i^*, v_i^*)) \right)}{\frac{1}{\tau} \sqrt{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)}} \\ &= -K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}(z(u_i^*, v_i^*)) + \frac{\tau \left(y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2} \right) K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}(z(u_i^*, v_i^*))}{\frac{1}{\tau} \sqrt{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)}} \end{aligned} \quad (7)$$

Berdasarkan Persamaan (4) $\frac{1}{K_s(z(u_i^*, v_i^*))} \frac{\partial K_s(z(u_i^*, v_i^*))}{\partial \beta_1(u_i^*, v_i^*)}$ sebagai berikut

Lampiran 1. Penurunan Fungsi Likelihood untuk Populasi (Lanjutan)

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}\left(z(u_{i^*}, v_{i^*})\right)} \frac{\partial K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}\left(z(u_{i^*}, v_{i^*})\right)}{\partial \beta_1(u_{i^*}, v_{i^*})} \\
&= \frac{1}{K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}\left(z(u_{i^*}, v_{i^*})\right)} \frac{\partial K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}\left(z(u_{i^*}, v_{i^*})\right)}{z(u_{i^*}, v_{i^*})} \frac{\partial z(u_{i^*}, v_{i^*})}{\partial \beta_1(u_{i^*}, v_{i^*})} \\
&= \frac{1}{K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}\left(z(u_{i^*}, v_{i^*})\right)} \frac{\partial K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}\left(z(u_{i^*}, v_{i^*})\right)}{z(u_{i^*}, v_{i^*})} \times \\
& \quad \frac{\partial \left(\frac{1}{\tau} \sqrt{1 + 2\tau e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \gamma_1} + 2\tau e^{\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \gamma_2}} \right)}{\partial \beta_1(u_{i^*}, v_{i^*})} \\
&= \frac{1}{K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}\left(z(u_{i^*}, v_{i^*})\right)} \left[K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}\left(z(u_{i^*}, v_{i^*})\right) + \frac{\tau \left(y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2} \right) K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}\left(z(u_{i^*}, v_{i^*})\right)}{\sqrt{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})}} \right] \times \\
& \quad \frac{2\tau e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \gamma_1} \mathbf{x}_i^T}{2\tau \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*}) \right)^{\frac{1}{2}}} \\
&= \left[\frac{K_{y_{1i}+y_{2i}+\frac{1}{2}}\left(z(u_{i^*}, v_{i^*})\right)}{K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}\left(z(u_{i^*}, v_{i^*})\right)} + \frac{\tau \left(y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2} \right)}{\sqrt{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})}} \right] \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \gamma_1} \mathbf{x}_i^T}{\sqrt{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})}} \quad (8)
\end{aligned}$$

Misalkan $M(y_{ji}) = \frac{1}{\sqrt{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})}} \frac{K_{y_{1i}+y_{2i}+\frac{1}{2}}\left(z(u_{i^*}, v_{i^*})\right)}{K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}\left(z(u_{i^*}, v_{i^*})\right)}$, maka

Lampiran 1. Penurunan Fungsi Likelihood untuk Populasi (Lanjutan)

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}} \left(z(u_i^*, v_i^*) \right)} \frac{\partial K_s \left(z(u_i^*, v_i^*) \right)}{\partial \beta_1(u_i^*, v_i^*)} \\
 &= \left[- \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*) \right)^{\frac{1}{2}} M(y_{ji}) + \frac{\tau \left(y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2} \right)}{\sqrt{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)}} \right] \times \\
 & \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}^{*T} \gamma_1} \mathbf{x}_i^T}{\sqrt{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)}} \quad (9)
 \end{aligned}$$

Sehingga $\frac{\partial Q^*}{\partial \beta_1(u_i^*, v_i^*)}$ sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Q^*}{\partial \beta_1(u_i^*, v_i^*)} &= \sum_{i=1}^n \left[- \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*) \right)^{\frac{1}{2}} M(y_{ji}) + \frac{\tau \left(y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2} \right)}{\sqrt{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)}} \right] \times \\
 & \frac{\mu_{1i}(u_i^*, v_i^*) \mathbf{x}_i^T}{\sqrt{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)}} w_{ii}^* - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[\frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right) \tau \mu_{1i}(u_i^*, v_i^*) \mathbf{x}_i^T w_{ii}^*}{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)} \right] \\
 & + \sum_{i=1}^n y_{1i} \mathbf{x}_i^T w_{ii}^* \\
 &= \sum_{i=1}^n \left[\frac{- \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*) \right)^{\frac{1}{2}} M(y_{ji}) \mu_{1i}(u_i^*, v_i^*) \mathbf{x}_i^T w_{ii}^* +}{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)} - \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right) \tau \mu_{1i}(u_i^*, v_i^*) \mathbf{x}_i^T w_{ii}^*}{2 \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*) \right)} + \right. \\
 & \left. \sum_{i=1}^n y_{1i} \mathbf{x}_i^T w_{ii}^* \right]
 \end{aligned}$$

Lampiran 1. Penurunan Fungsi Likelihood untuk Populasi (Lanjutan)

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q^*}{\partial \beta_1(u_i^*, v_i^*)} &= \sum_{i=1}^n \left[-M(y_{ji}) \mu_{1i}(u_i^*, v_i^*) \mathbf{x}_i^T w_{ii^*} + y_{1i} \mathbf{x}_i^T w_{ii^*} \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \left(y_{1i} - M(y_{ji}) \mu_{1i}(u_i^*, v_i^*) \right) \mathbf{x}_i^T w_{ii^*}\end{aligned}\quad (10)$$

Turunan pertama fungsi \ln *likelihood* terhadap $\beta_2(u_i^*, v_i^*)$ adalah

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q^*}{\partial \beta_2(u_i^*, v_i^*)} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial \ln K_s(z(u_i^*, v_i^*))}{\partial \beta_2(u_i^*, v_i^*)} w_{ii^*} - \\ &\quad \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right) 2\tau e^{\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}^{*T} \gamma_2} \mathbf{x}_i^T}{4 \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \beta_j(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}^{*T} \gamma_j} \right)} w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n y_{2i} \mathbf{x}_i^T w_{ii^*}\end{aligned}\quad (11)$$

Berdasarkan persamaan (11), $\frac{\partial \ln K_s(z(u_i^*, v_i^*))}{\partial \beta_2(u_i^*, v_i^*)}$ sebagai berikut

$$\begin{aligned}\frac{\partial \ln K_s(z(u_i^*, v_i^*))}{\partial \beta_2(u_i^*, v_i^*)} &= \frac{\partial \left(\ln K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}}(z(u_i^*, v_i^*)) \right)}{\partial z(u_i^*, v_i^*)} \frac{\partial z(u_i^*, v_i^*)}{\partial \beta_2(u_i^*, v_i^*)} \\ &= \frac{\partial \left(\ln K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}}(z(u_i^*, v_i^*)) \right)}{\partial z(u_i^*, v_i^*)} \frac{\partial \left(\tau^{-1} \sqrt{1 + 2\tau e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}^{*T} \gamma_1} + 2\tau e^{\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}^{*T} \gamma_2}} \right)}{\partial \beta_2(u_i^*, v_i^*)} \\ &= \left[-\frac{K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}}(z(u_i^*, v_i^*))}{K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}}(z(u_i^*, v_i^*))} + \frac{\tau \left(y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2} \right)}{\sqrt{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)}} \right] \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}^{*T} \gamma_2} \mathbf{x}_i^T}{\sqrt{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)}}\end{aligned}\quad (12)$$

Diketahui $M(y_{ji}) = \frac{1}{\sqrt{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)}} \frac{K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}}(z(u_i^*, v_i^*))}{K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}}(z(u_i^*, v_i^*))}$, maka

Lampiran 1. Penurunan Fungsi Likelihood untuk Populasi (Lanjutan)

$$\frac{\partial \ln K_s(z(u_i^*, v_i^*))}{\partial \beta_2(u_i^*, v_i^*)} = \left[-\frac{K_{y_{1i}+y_{2i}+\frac{1}{2}}(z(u_i^*, v_i^*))}{K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}(z(u_i^*, v_i^*))} + \frac{\tau(y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2})}{\sqrt{1+2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)}} \right] \times \frac{\mu_{2i}(u_i^*, v_i^*) \mathbf{x}_i^T}{\sqrt{1+2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)}}$$

$$\frac{\partial \ln K_s(z(u_i^*, v_i^*))}{\partial \beta_2(u_i^*, v_i^*)} = -\mu_{2i}(u_i^*, v_i^*) \mathbf{x}_i^T M(y_{ji}) + \frac{\tau \mu_{2i}(u_i^*, v_i^*) \mathbf{x}_i^T (y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2})}{1+2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)} \quad (13)$$

Substitusikan persamaan (13) ke persamaan (11)

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial \beta_2(u_i^*, v_i^*)} &= \sum_{i=1}^n \left[-\mu_{2i}(u_i^*, v_i^*) \mathbf{x}_i^T M(y_{ji}) + \frac{\tau \mu_{2i}(u_i^*, v_i^*) \mathbf{x}_i^T (y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2})}{1+2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)} \right] w_{ii}^* \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \frac{2 \left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) \tau \mu_{2i}(u_i^*, v_i^*) \mathbf{x}_i^T}{2 \left(1+2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*) \right)} w_{ii}^* + \sum_{i=1}^n y_{2i} \mathbf{x}_i^T w_{ii}^* \\ &= \sum_{i=1}^n \left(y_{2i} - M(y_{ji}) \mu_{2i}(u_i^*, v_i^*) \right) \mathbf{x}_i^T w_{ii}^* \end{aligned} \quad (14)$$

Turunan pertama fungsi \ln *likelihood* terhadap τ adalah

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial \tau} &= -\frac{1}{\tau^2} \sum_{i=1}^n w_{ii}^* + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \left(\ln K_s(z(u_i^*, v_i^*)) \right)}{\partial \tau} w_{ii}^* - \frac{1}{2\tau} \sum_{i=1}^n w_{ii}^* + \\ &\quad \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{1}{2} - \sum_{j=1}^2 y_{ji} \right) \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)}{1+2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_i^*, v_i^*)} w_{ii}^* \end{aligned}$$

Lampiran 1. Penurunan Fungsi Likelihood untuk Populasi (Lanjutan)

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{1}{\tau^2} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} - \frac{1}{2\tau} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \left(\ln K_s \left(z(u_{i^*}, v_{i^*}) \right) \right)}{\partial \tau} w_{ii^*} + \\
 &\sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{1}{2} - \sum_{j=1}^2 y_{ji} \right) \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})}{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})} w_{ii^*}
 \end{aligned} \tag{15}$$

Turunan $\ln \left(K_s \left(z(u_{i^*}, v_{i^*}) \right) \right)$ terhadap τ sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 &\frac{\partial \left(\ln K_s \left(z(u_{i^*}, v_{i^*}) \right) \right)}{\partial \tau} = \frac{\partial \left(\ln K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}} \left(z(u_{i^*}, v_{i^*}) \right) \right)}{\partial \tau} \\
 &= \frac{1}{K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}} \left(z(u_{i^*}, v_{i^*}) \right)} \left[\frac{\partial \left(K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}} \left(z(u_{i^*}, v_{i^*}) \right) \right)}{\partial z(u_{i^*}, v_{i^*})} \frac{\partial z(u_{i^*}, v_{i^*})}{\partial \tau} \right] \\
 &= \frac{1}{K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}} \left(z(u_{i^*}, v_{i^*}) \right)} \left[-K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}} \left(z(u_{i^*}, v_{i^*}) \right) - \frac{\tau \left(\frac{1}{2} - \sum_{j=1}^2 y_{ji} \right) K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}} \left(z(u_{i^*}, v_{i^*}) \right)}{\left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*}) \right)^{\frac{1}{2}}} \times \right. \\
 &\quad \left. \left(\frac{\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*}) - \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*}) \right)}{\tau^2 \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*}) \right)^{\frac{1}{2}}} \right) \right] \\
 &= \frac{\left(1 + \tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*}) \right)}{\tau^2 \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*}) \right)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{K_{y_{1i} + y_{2i} + \frac{1}{2}} \left(z(u_{i^*}, v_{i^*}) \right)}{K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}} \left(z(u_{i^*}, v_{i^*}) \right)} - \frac{\tau \left(\frac{1}{2} - \sum_{j=1}^2 y_{ji} \right)}{\left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*}) \right)^{\frac{1}{2}}} \right)
 \end{aligned}$$

Lampiran 1. Penurunan Fungsi Likelihood untuk Populasi (Lanjutan)

$$= \frac{\left(1 + \tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})\right) \left(\frac{1}{2} - \sum_{j=1}^2 y_{ji}\right)}{\tau^2 \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})\right)^{\frac{1}{2}}} + \frac{M(y_{ji}) \left(1 + \tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})\right)}{\tau^2} \quad (16)$$

Persamaan (16) di subsitusikan ke persamaan (15)

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial \tau} &= -\frac{1}{\tau^2} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} - \frac{1}{2\tau} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{\left(1 + \tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})\right) \left(\frac{1}{2} - \sum_{j=1}^2 y_{ji}\right)}{\tau \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})\right)} w_{ii^*} + \\ &\quad \sum_{i=1}^n \frac{M(y_{ji}) \left(1 + \tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})\right)}{\tau^2} w_{ii^*} \\ &= -\frac{1}{\tau^2} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} - \frac{1}{2\tau} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{1}{2} - \sum_{j=1}^2 y_{ji}\right)}{\tau} w_{ii^*} + \\ &\quad \sum_{i=1}^n \frac{M(y_{ji}) \left(1 + \tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})\right)}{\tau^2} w_{ii^*} \end{aligned} \quad (17)$$

Turunan pertama fungsi \ln *likelihood* terhadap γ_1 adalah

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \gamma_1} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \left(\ln K_s \left(z(u_{i^*}, v_{i^*}) \right) \right)}{\partial \gamma_1} - \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{1}{2} - \sum_{j=1}^2 y_{ji} \right) 2\tau e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \gamma_1} \mathbf{x}^{*T}}{4 \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \beta_j(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \gamma_j} \right)} + \sum_{i=1}^n \mathbf{x}^{*T} \quad (18)$$

Berdasarkan persamaan (18), $\frac{\partial \ln K_s(z(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\partial \gamma_1}$ sebagai berikut

$$\frac{\partial \ln K_s(z(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\partial \gamma_1} = \frac{\partial \left(\ln K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}}(z(u_{i^*}, v_{i^*})) \right)}{\partial z(u_{i^*}, v_{i^*})} \frac{\partial z(u_{i^*}, v_{i^*})}{\partial \gamma_1}$$

Lampiran 1. Penurunan Fungsi Likelihood untuk Populasi (Lanjutan)

$$= \left[-\frac{K_{y_{1i}+y_{2i}+\frac{1}{2}}\left(z(u_{i^*}, v_{i^*})\right)}{K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}\left(z(u_{i^*}, v_{i^*})\right)} + \frac{\tau\left(y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{1+2\tau\sum_{j=1}^2\mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})}} \right] \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \boldsymbol{\gamma}_1} \mathbf{x}^{*T}}{\sqrt{1+2\tau\sum_{j=1}^2\mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})}} \quad (19)$$

Diketahui, maka

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln K_s(z(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\partial \boldsymbol{\gamma}_1} &= \left[-\frac{K_{y_{1i}+y_{2i}+\frac{1}{2}}\left(z(u_{i^*}, v_{i^*})\right)}{K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}\left(z(u_{i^*}, v_{i^*})\right)} + \frac{\tau\left(y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{1+2\tau\sum_{j=1}^2\mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})}} \right] \times \\ &\quad \frac{\mu_{1i}(u_{i^*}, v_{i^*}) \mathbf{x}^{*T}}{\sqrt{1+2\tau\sum_{j=1}^2\mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})}} \\ &= -\mu_{1i}(u_{i^*}, v_{i^*}) \mathbf{x}^{*T} M(y_{ji}) + \frac{\tau\mu_{1i}(u_{i^*}, v_{i^*}) \mathbf{x}^{*T} \left(y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}\right)}{1+2\tau\sum_{j=1}^2\mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})} \end{aligned} \quad (20)$$

Substitusikan persamaan (20) ke persamaan (18)

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\gamma}_1} &= \sum_{i=1}^n \left[-\mu_{1i}(u_{i^*}, v_{i^*}) \mathbf{x}^{*T} M(y_{ji}) + \frac{\tau\mu_{1i}(u_{i^*}, v_{i^*}) \mathbf{x}^{*T} \left(y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}\right)}{1+2\tau\sum_{j=1}^2\mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})} \right] - \\ &\quad \sum_{i=1}^n \frac{2\left(2\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2}\right) \tau\mu_{1i}(u_{i^*}, v_{i^*}) \mathbf{x}^{*T}}{2\left(1+2\tau\sum_{j=1}^2\mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})\right)} + \sum_{i=1}^n \mathbf{x}^{*T} \\ &= \sum_{i=1}^n \left(1 - M(y_{ji})\mu_{1i}(u_{i^*}, v_{i^*})\right) \mathbf{x}^{*T} \end{aligned} \quad (21)$$

Turunan pertama fungsi \ln *likelihood* terhadap $\boldsymbol{\gamma}_2$ adalah

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\gamma}_2} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \left(\ln K_s(z(u_{i^*}, v_{i^*})) \right)}{\partial \boldsymbol{\gamma}_2} - \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{1}{2} - \sum_{j=1}^2 y_{ji} \right) 2\tau e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \boldsymbol{\gamma}_2} \mathbf{x}^{*T}}{4 \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \boldsymbol{\gamma}_j} \right)} + \sum_{i=1}^n \mathbf{x}^{*T} \quad (22)$$

Lampiran 1. Penurunan Fungsi Likelihood untuk Populasi (Lanjutan)

Berdasarkan persamaan (22), $\frac{\partial \ln K_s(z(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\partial \gamma_2}$ sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln K_s(z(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\partial \gamma_2} &= \frac{\partial \left(\ln K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}}(z(u_{i^*}, v_{i^*})) \right)}{\partial z(u_{i^*}, v_{i^*})} \frac{\partial z(u_{i^*}, v_{i^*})}{\partial \gamma_2} \\ &= \left[-\frac{K_{y_{1i} + y_{2i} + \frac{1}{2}}(z(u_{i^*}, v_{i^*}))}{K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}}(z(u_{i^*}, v_{i^*}))} + \frac{\tau \left(y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2} \right)}{\sqrt{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})}} \right] \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_{i^*}, v_{i^*}) + \mathbf{x}^{*T} \gamma_2} \mathbf{x}^{*T}}{\sqrt{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})}} \quad (23) \end{aligned}$$

Diketahui $M(y_{ji}) = \frac{1}{\sqrt{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})}} \frac{K_{y_{1i} + y_{2i} + \frac{1}{2}}(z(u_{i^*}, v_{i^*}))}{K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}}(z(u_{i^*}, v_{i^*}))}$, maka

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln K_s(z(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\partial \gamma_2} &= \left[-\frac{K_{y_{1i} + y_{2i} + \frac{1}{2}}(z(u_{i^*}, v_{i^*}))}{K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}}(z(u_{i^*}, v_{i^*}))} + \frac{\tau \left(y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2} \right)}{\sqrt{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})}} \right] \times \\ &\quad \frac{\mu_{2i}(u_{i^*}, v_{i^*}) \mathbf{x}^{*T}}{\sqrt{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})}} \\ &= -\mu_{2i}(u_{i^*}, v_{i^*}) \mathbf{x}^{*T} M(y_{ji}) + \frac{\tau \mu_{2i}(u_{i^*}, v_{i^*}) \mathbf{x}^{*T} \left(y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2} \right)}{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})} \quad (24) \end{aligned}$$

Substitusikan persamaan (24) ke persamaan (22)

Lampiran 1. Penurunan Fungsi Likelihood untuk Populasi (Lanjutan)

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Q^*}{\partial \gamma_2} &= \sum_{i=1}^n \left[-\mu_{2i}(u_{i^*}, v_{i^*}) \mathbf{x}^{*T} M(y_{ji}) + \frac{\tau \mu_{2i}(u_{i^*}, v_{i^*}) \mathbf{x}^{*T} \left(y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2} \right)}{1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*})} \right] \\
 &\quad - \sum_{i=1}^n \frac{2 \left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) \tau \mu_{2i}(u_{i^*}, v_{i^*}) \mathbf{x}^{*T}}{2 \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 \mu_{ji}(u_{i^*}, v_{i^*}) \right)} + \sum_{i=1}^n \mathbf{x}^{*T} \\
 &= \sum_{i=1}^n \left(1 - M(y_{ji}) \mu_{2i}(u_{i^*}, v_{i^*}) \right) \mathbf{x}^{*T} \tag{25}
 \end{aligned}$$

Turunan pertama fungsi *ln likelihood* selanjutnya disama dengankan nol. Namun, hasil yang didapatkan tidak close form sehingga perlu dilakukan iterasi untuk mendapatkan estimasi parameter. Salah satu iterasi yang dapat digunakan adalah iterasi *Newton Raphson*.

Lampiran 2. Penurunan Fungsi Likelihood di bawah H0

Himpunan parameter di bawah H₀ adalah $\{\beta_{j0}(u_i^*, v_i^*); \tau; j=1, 2; i=1, 2, \dots, n\}$. Fungsi *likelihood* di bawah H₀, $L(\hat{\omega})$ sebagai berikut

$$L(\hat{\omega}) = \prod_{i=1}^n \left(e^{\frac{1}{\tau_{\omega}}} K_s(z(u_i, v_i)) \left(\frac{2}{\pi \tau_{\omega}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 2\tau \sum_{j=1}^2 e^{\hat{\beta}_{j0\omega}(u_i, v_i)} \right)^{-\frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ij} - 1 \right)}{4}} \prod_{j=1}^2 \frac{e^{y_{ij} \hat{\beta}_{j0\omega}(u_i, v_i)}}{y_{ij}!} \right)$$

Fungsi *ln likelihood* dibawah H₀, $l(\hat{\omega})$ yang telah dikalikan dengan fungsi pembobot sebagai berikut

$$\begin{aligned} (l(\omega)) w_i(u_i^*, v_i^*) &= \frac{1}{\tau_{\omega}} \sum_{i=1}^n w_{ii}^* + \sum_{i=1}^n \ln K_s(z_{\omega}(u_i^*, v_i^*)) w_{ii}^* + \ln \left(\frac{2}{\pi \tau_{\omega}} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^n w_{ii}^* \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \right) \times \ln \left(1 + 2\tau_{\omega} \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right) w_{ii}^* \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 (y_{ji} \beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)) w_{ii}^* - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \ln(y_{ji}!) w_{ii}^* \end{aligned} \quad (26)$$

Turunan pertama $l(\omega)$ terhadap $\beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial l(\omega)}{\partial \beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)} \\ &= \frac{\partial}{\partial \beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)} \left[\frac{1}{\tau_{\omega}} \sum_{i=1}^n w_{ii}^* + \sum_{i=1}^n \ln K_s(z_{\omega}(u_i^*, v_i^*)) w_{ii}^* + \right. \\ &\quad \left. \ln \left(\frac{2}{\pi \tau_{\omega}} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^n w_{ii}^* - \sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \right) \right. \\ &\quad \left. \ln \left(1 + 2\tau_{\omega} \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right) \right] w_{ii}^* + \\ &\quad \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ji} \beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*) w_{ii}^* - \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^n \ln(y_{ji}!) w_{ii}^* \right] \end{aligned}$$

Lampiran 2. Penurunan Fungsi Likelihood di bawah H_0 (Lanjutan)

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^n \frac{\partial \ln \left[K_s \left(z_\omega \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right) \right) \right]}{\partial \beta_{10\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} w_{ii^*} - \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \frac{\partial \ln \left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} \right)}{\partial \beta_{10\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} w_{ii^*} + \\
&\quad \sum_{i=1}^n y_{1i} w_{ii^*} \\
&= \sum_{i=1}^n \frac{1}{\left[K_s \left(z_\omega \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right) \right) \right]} \frac{\partial \left[K_s \left(z_\omega \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right) \right) \right]}{\partial \beta_{10\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} w_{ii^*} - \sum_{i=1}^n \frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) \tau_\omega e^{\beta_{10\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} w_{ii^*}}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} \right)} + \quad (27) \\
&\quad \sum_{i=1}^n y_{1i} w_{ii^*}
\end{aligned}$$

Turunan $K_s \left(z_\omega \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right) \right)$ terhadap $\beta_{10\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)$ dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial K_s \left(z_\omega \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right) \right)}{\partial \beta_{10\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} &= \frac{\partial K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}} \left(z_\omega \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right) \right)}{\partial z_\omega \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} \frac{\partial z_\omega \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)}{\partial \beta_{10\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} \\
&= \frac{\partial K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}} \left(z \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right) \right)}{\partial z \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} \frac{\partial \left[\frac{1}{\tau_\omega} \left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} \right)^{\frac{1}{2}} \right]}{\partial \beta_{10\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} \\
&= \left[-K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}} \left(z_\omega \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right) \right) + \frac{\tau_\omega \left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}} \left(z_\omega \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right) \right)}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} \right)^{\frac{1}{2}}} \right] \times \\
&\quad \frac{e^{\beta_{10\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)}}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (28)
\end{aligned}$$

Lampiran 2. Penurunan Fungsi Likelihood di bawah H_0 (Lanjutan)

Substitusi persamaan (28) ke persamaan (27)

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial l(\omega)}{\partial \beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)} \\
&= \sum_{i=1}^n \frac{1}{\left[K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}(z_\omega(u_i^*, v_i^*)) \right]} \frac{\partial \left[K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}(z_\omega(u_i^*, v_i^*)) \right]}{\partial \beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)} w_{ii}^* - \sum_{i=1}^n \frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) \tau_\omega e^{\beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)} w_{ii}^*}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right)} + \\
& \quad \sum_{i=1}^n y_{1i} w_{ii}^* \\
&= \sum_{i=1}^n \left[\frac{K_{y_{1i}+y_{2i}+\frac{1}{2}}(z_\omega(u_i^*, v_i^*))}{K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}(z_\omega(u_i^*, v_i^*))} + \frac{\tau_\omega \left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right)}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right)^{\frac{1}{2}}} \right] \frac{e^{\beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)} w_{ii}^*}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& \quad - \sum_{i=1}^n \frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) \tau_\omega e^{\beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)} w_{ii}^*}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right)} + \sum_{i=1}^n y_{1i} w_{ii}^* \\
&= \sum_{i=1}^n \left[-M(y_{ji}) + \frac{\tau_\omega \left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right)}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right)} \right] e^{\beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)} w_{ii}^* - \sum_{i=1}^n \frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) \tau_\omega e^{\beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)} w_{ii}^*}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right)} + \\
& \quad \sum_{i=1}^n y_{1i} w_{ii}^* \\
&= - \sum_{i=1}^n e^{\beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)} M(y_{ji}) w_{ii}^* + \sum_{i=1}^n \frac{\tau_\omega e^{\beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)} \left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) w_{ii}^*}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right)} + \\
& \quad - \sum_{i=1}^n \frac{\tau_\omega e^{\beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)} \left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) w_{ii}^*}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right)} + \sum_{i=1}^n y_{1i} w_{ii}^*
\end{aligned}$$

Lampiran 2. Penurunan Fungsi Likelihood di bawah H_0 (Lanjutan)

$$\frac{\partial l(\boldsymbol{\omega})}{\partial \beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)} = \sum_{i=1}^n \left[y_{1i} - M(y_{ji}) e^{\beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right] w_{ii}^* \quad (29)$$

Turunan pertama $l(\boldsymbol{\omega})$ terhadap $\beta_{20\omega}(u_i^*, v_i^*)$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial l(\boldsymbol{\omega})}{\partial \beta_{20\omega}(u_i^*, v_i^*)} \\ &= \frac{\partial}{\partial \beta_{20\omega}(u_i^*, v_i^*)} \left[\frac{1}{\tau_\omega} \sum_{i=1}^n w_{ii}^* + \sum_{i=1}^n \ln K_s(z_\omega(u_i^*, v_i^*)) w_{ii}^* + \right. \\ & \quad \left. \ln \left(\frac{2}{\pi \tau_\omega} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^n w_{ii}^* - \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \frac{\partial \ln \left(1 + 2 \tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right)}{\partial \beta_{20\omega}(u_i^*, v_i^*)} w_{ii}^* + \right. \\ & \quad \left. \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ji} \beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*) w_{ii}^* - \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^n \ln(y_{ji}!) w_{ii}^* \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial \ln [K_s(z_\omega(u_i^*, v_i^*))]}{\partial \beta_{20\omega}(u_i^*, v_i^*)} w_{ii}^* - \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \frac{\partial \ln \left(1 + 2 \tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right)}{\partial \beta_{20\omega}(u_i^*, v_i^*)} w_{ii}^* + \\ & \quad \sum_{i=1}^n y_{2i} w_{ii}^* \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{[K_s(z_\omega(u_i^*, v_i^*))]} \frac{\partial [K_s(z_\omega(u_i^*, v_i^*))]}{\partial \beta_{20\omega}(u_i^*, v_i^*)} w_{ii}^* - \sum_{i=1}^n \frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) \tau_\omega e^{\beta_{20\omega}(u_i^*, v_i^*)} w_{ii}^*}{\left(1 + 2 \tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right)} + \quad (30) \\ & \quad \sum_{i=1}^n y_{2i} w_{ii}^* \end{aligned}$$

Lampiran 2. Penurunan Fungsi Likelihood di bawah H_0 (Lanjutan)

Turunan $K_s \left(z_\omega \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right) \right)$ terhadap $\beta_{20\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)$ dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial K_s \left(z_\omega \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right) \right)}{\partial \beta_{20\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} &= \frac{\partial K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}} \left(z_\omega \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right) \right)}{\partial z_\omega \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} \frac{\partial z_\omega \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)}{\partial \beta_{20\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} \\
 &= \frac{\partial K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}} \left(z \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right) \right)}{\partial z \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} \frac{\partial \left[\frac{1}{\tau_\omega} \left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} \right)^{\frac{1}{2}} \right]}{\partial \beta_{20\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} \\
 &= \left[-K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}} \left(z_\omega \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right) \right) + \frac{\tau_\omega \left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}} \left(z_\omega \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right) \right)}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} \right)^{\frac{1}{2}}} \right] \times \\
 &\quad \frac{e^{\beta_{20\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)}}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (31)
 \end{aligned}$$

Substitusi persamaan (30) ke persamaan (29)

$$\begin{aligned}
 &\frac{\partial l(\omega)}{\partial \beta_{20\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} \\
 &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{\left[K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}} \left(z_\omega \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right) \right) \right]} \frac{\partial \left[K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}} \left(z_\omega \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right) \right) \right]}{\partial \beta_{20\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} w_{ii^*} - \sum_{i=1}^n \frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) \tau_\omega e^{\beta_{20\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} w_{ii^*}}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega} \left(u_{i^*}, v_{i^*} \right)} \right)} + \\
 &\quad \sum_{i=1}^n y_{2i} w_{ii^*}
 \end{aligned}$$

Lampiran 2. Penurunan Fungsi Likelihood di bawah H_0 (Lanjutan)

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^n \left[-\frac{K_{y_{1i}+y_{2i}+\frac{1}{2}}\left(z_{\omega}(u_i^*, v_i^*)\right)}{K_{y_{1i}+y_{2i}-\frac{1}{2}}\left(z_{\omega}(u_i^*, v_i^*)\right)} + \frac{\tau_{\omega}\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2}\right)}{\left(1 + 2\tau_{\omega} \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)}\right)^{\frac{1}{2}}} \right] \frac{e^{\beta_{20\omega}(u_i^*, v_i^*)} w_{ii^*}}{\left(1 + 2\tau_{\omega} \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)}\right)^{\frac{1}{2}}} \\
&\quad - \sum_{i=1}^n \frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2}\right) \tau_{\omega} e^{\beta_{20\omega}(u_i^*, v_i^*)} w_{ii^*}}{\left(1 + 2\tau_{\omega} \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)}\right)} + \sum_{i=1}^n y_{2i} w_{ii^*} \\
&= \sum_{i=1}^n \left[-M(y_{ji}) + \frac{\tau_{\omega}\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2}\right)}{\left(1 + 2\tau_{\omega} \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)}\right)} \right] e^{\beta_{20\omega}(u_i^*, v_i^*)} w_{ii^*} - \sum_{i=1}^n \frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2}\right) \tau_{\omega} e^{\beta_{20\omega}(u_i^*, v_i^*)} w_{ii^*}}{\left(1 + 2\tau_{\omega} \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)}\right)} + \\
&\quad \sum_{i=1}^n y_{2i} w_{ii^*} \\
&= -\sum_{i=1}^n e^{\beta_{20\omega}(u_i^*, v_i^*)} M(y_{ji}) w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{\tau_{\omega} e^{\beta_{10\omega}(u_i^*, v_i^*)} \left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2}\right) w_{ii^*}}{\left(1 + 2\tau_{\omega} \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)}\right)} + \\
&\quad - \sum_{i=1}^n \frac{\tau_{\omega} e^{\beta_{20\omega}(u_i^*, v_i^*)} \left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2}\right) w_{ii^*}}{\left(1 + 2\tau_{\omega} \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)}\right)} + \sum_{i=1}^n y_{2i} w_{ii^*} \\
&\quad \frac{\partial l(\omega)}{\partial \beta_{20\omega}(u_i^*, v_i^*)} = \sum_{i=1}^n \left[y_{2i} - M(y_{ji}) e^{\beta_{20\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right] w_{ii^*} \tag{32}
\end{aligned}$$

Lampiran 2. Penurunan Fungsi Likelihood di bawah H_0 (Lanjutan)

Turunan pertama $l(\omega)$ terhadap τ_ω sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial l(\omega)}{\partial \tau_\omega} &= \frac{\partial}{\partial \tau_\omega} \left[\frac{1}{\tau_\omega} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \ln K_s(z_\omega(u_i^*, v_i^*)) w_{ii^*} + \frac{1}{2} \ln 2 \sum_{i=1}^n w_{ii^*} - \frac{1}{2} \ln \pi \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2} \ln \tau \sum_{i=1}^n w_{ii^*} - \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1\right)}{4} \ln \left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)}\right) w_{ii^*} + \right. \\
 &\quad \left. \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ji} \beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*) w_{ii^*} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \ln(y_{ji}!) w_{ii^*} \right] \\
 &= -\frac{1}{\tau_\omega^2} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} - \frac{1}{2\tau_\omega} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{K_s(z_\omega(u_i^*, v_i^*))} \frac{\partial [K_s(z_\omega(u_i^*, v_i^*))]}{\partial \tau_\omega} w_{ii^*} + \\
 &\quad \sum_{i=1}^n \frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2}\right) \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} w_{ii^*}}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)}\right)} \quad (33)
 \end{aligned}$$

Turunan pertama $K_s(z_\omega(u_i, v_i))$ terhadap τ_ω dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial [K_s(z_\omega(u_i^*, v_i^*))]}{\partial \tau_\omega} &= \frac{\partial K_s(z_\omega(u_i^*, v_i^*))}{\partial z_\omega(u_i^*, v_i^*)} \frac{\partial z_\omega(u_i^*, v_i^*)}{\partial \tau_\omega} \\
 &= \frac{\partial K_{y_{1i} + y_{2i} - \frac{1}{2}}(z_\omega(u_i^*, v_i^*))}{\partial z_\omega(u_i^*, v_i^*)} \frac{\partial \left[\frac{1}{\tau_\omega} \left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)}\right)^{\frac{1}{2}} \right]}{\partial \tau_\omega}
 \end{aligned}$$

Lampiran 2. Penurunan Fungsi Likelihood di bawah H_0 (Lanjutan)

$$= \left[-K_{y_{i1}+y_{i2}-\frac{1}{2}}(z_\omega(u_{i^*}, v_{i^*})) + \frac{\tau_\omega \left(\sum_{j=1}^2 y_{ij} - \frac{1}{2} \right) K_{y_{i1}+y_{i2}-\frac{1}{2}}(z_\omega(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \right)^{\frac{1}{2}}} \right] \times$$

$$\left[-\frac{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \right)^{\frac{1}{2}}}{\tau_\omega^2} + \frac{\sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})}}{\tau_\omega \left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \right)^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (34)$$

Substitusi persamaan (33) ke persamaan (32)

$$\frac{\partial l(\omega)}{\partial \tau_\omega}$$

$$= -\frac{1}{\tau_\omega^2} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} - \frac{1}{2\tau_\omega} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{K_s(z_\omega(u_{i^*}, v_{i^*}))} \frac{\partial [K_s(z_\omega(u_{i^*}, v_{i^*}))]}{\partial \tau_\omega} w_{ii^*}$$

$$+ \sum_{i=1}^n \frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} w_{ii^*}}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \right)}$$

$$= -\frac{1}{\tau_\omega^2} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} - \frac{1}{2\tau_\omega} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{K_{y_{i1}+y_{i2}-\frac{1}{2}}(z_\omega(u_{i^*}, v_{i^*}))} \left\{ \left[\begin{aligned} & -K_{y_{i1}+y_{i2}-\frac{1}{2}}(z_\omega(u_{i^*}, v_{i^*})) + \\ & \frac{\tau_\omega \left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) K_{y_{i1}+y_{i2}-\frac{1}{2}}(z_\omega(u_{i^*}, v_{i^*}))}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \right)^{\frac{1}{2}}} \end{aligned} \right] \times$$

$$\left[\begin{aligned} & -\frac{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \right)^{\frac{1}{2}}}{\tau_\omega^2} + \\ & \frac{\sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})}}{\tau_\omega \left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_{i^*}, v_{i^*})} \right)^{\frac{1}{2}}} \end{aligned} \right] w_{ii^*} \right\} +$$

Lampiran 2. Penurunan Fungsi Likelihood di bawah H_0 (Lanjutan)

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=1}^n \frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} w_{ii^*}}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right)} \\
& = -\frac{1}{\tau_\omega^2} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} - \frac{1}{2\tau_\omega} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} - \sum_{i=1}^n \left\{ \left[\begin{aligned} & -M(y_{ji}) \left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{\tau_\omega \left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right)}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right)^{\frac{1}{2}}} \times \\ & \frac{1 + \tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)}}{\tau_\omega^2 \left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right)^{\frac{1}{2}}} w_{ii^*} \end{aligned} \right] \right\} + \\
& \sum_{i=1}^n \frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ij} - \frac{1}{2} \right) \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} w_{ii^*}}{\left(1 + 2\tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right)} \\
& = -\frac{1}{\tau_\omega^2} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} - \frac{1}{2\tau_\omega} \sum_{i=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i=1}^n \frac{M(y_{ji}) \left(1 + \tau_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\beta_{j0\omega}(u_i, v_i)} \right) w_{ii^*}}{\tau_\omega^2} - \sum_{i=1}^n \frac{\left(\sum_{j=1}^2 y_{ji} - \frac{1}{2} \right) w_{ii^*}}{\tau_\omega} \quad (35)
\end{aligned}$$

Setelah nilai $\hat{\beta}_{j0\omega}(u_i, v_i); j = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n$ dan $\hat{\tau}_\omega$ diperoleh, perhitungan statistik uji dapat dilakukan dengan statistik uji G^2 .

$$\begin{aligned}
G^2 &= -2 \ln \left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right) \\
&= 2 \left[l(\hat{\Omega}) - l(\hat{\omega}) \right]
\end{aligned}$$

Lampiran 2. Penurunan Fungsi Likelihood di bawah H_0 (Lanjutan)

$$\begin{aligned}
&= 2 \left[\left(\frac{n}{\hat{\tau}} - \frac{n}{2} \ln \hat{\tau} + \frac{n}{2} \ln \left(\frac{2}{\pi} \right) + \sum_{i=1}^n \ln K_s \left(z(u_i^*, v_i^*) \right) - \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \ln \left(1 + 2 \hat{\tau} \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_j(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}^{*T} \hat{\boldsymbol{\gamma}}_j} \right) + \right. \\
&\quad \left. \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ji} \mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_j(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}^{*T} \hat{\boldsymbol{\gamma}}_j - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ji} ! \right) - \left(\frac{n}{\hat{\tau}_\omega} - \frac{n}{2} \ln \hat{\tau}_\omega + \frac{n}{2} \ln \left(\frac{2}{\pi} \right) + \sum_{i=1}^n \ln K_s \left(z_\omega(u_i^*, v_i^*) \right) + \right. \\
&\quad \left. - \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \ln \left(1 + 2 \hat{\tau}_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\hat{\beta}_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ji} \hat{\beta}_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \ln y_{ji} ! \right) \Big] \\
&= 2 \left[\frac{n}{\hat{\tau}} - \frac{n}{\hat{\tau}_\omega} - \frac{n}{2} \ln \hat{\tau} + \frac{n}{2} \ln \hat{\tau}_\omega + \frac{n}{2} \ln \left(\frac{2}{\pi} \right) - \frac{n}{2} \ln \left(\frac{2}{\pi} \right) + \sum_{i=1}^n \ln K_s \left(z(u_i^*, v_i^*) \right) - \sum_{i=1}^n \ln K_s \left(z_\omega(u_i^*, v_i^*) \right) + \right. \\
&\quad \left. - \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \ln \left(1 + 2 \hat{\tau} \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_j(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}^{*T} \hat{\boldsymbol{\gamma}}_j} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \ln \left(1 + 2 \hat{\tau}_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\hat{\beta}_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right) + \right. \\
&\quad \left. \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ji} \mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_j(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}^{*T} \hat{\boldsymbol{\gamma}}_j - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ji} \hat{\beta}_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ji} ! + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \ln y_{ji} ! \right] \\
&= 2 \left[\frac{n}{\hat{\tau}} - \frac{n}{\hat{\tau}_\omega} + \frac{n}{2} \ln \frac{\hat{\tau}_\omega}{\hat{\tau}} + \sum_{i=1}^n \ln K_s \left(z(u_i^*, v_i^*) \right) - \sum_{i=1}^n \ln K_s \left(z_\omega(u_i^*, v_i^*) \right) + \right. \\
&\quad \left. - \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \ln \left(1 + 2 \hat{\tau} \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_j(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}^{*T} \hat{\boldsymbol{\gamma}}_j} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \ln \left(1 + 2 \hat{\tau}_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\hat{\beta}_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*)} \right) + \right. \\
&\quad \left. \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ji} \mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_j(u_i^*, v_i^*) + \mathbf{x}^{*T} \hat{\boldsymbol{\gamma}}_j - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ji} \hat{\beta}_{j0\omega}(u_i^*, v_i^*) \right] \\
&= 2 \left[\frac{n}{\hat{\tau}} - \frac{n}{\hat{\tau}_\omega} + \frac{n}{2} \ln \frac{\hat{\tau}_\omega}{\hat{\tau}} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\ln K_s \left(z(u_i, v_i) \right)}{\ln K_s \left(z_\omega(u_i, v_i) \right)} \right) - \sum_{i=1}^n \frac{\left(2 \sum_{j=1}^2 y_{ji} - 1 \right)}{4} \frac{\ln \left(1 + 2 \hat{\tau} \sum_{j=1}^2 e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_j(u_i, v_i) + \mathbf{x}^{*T} \hat{\boldsymbol{\gamma}}_j} \right)}{\ln \left(1 + 2 \hat{\tau}_\omega \sum_{j=1}^2 e^{\hat{\beta}_{j0\omega}(u_i, v_i)} \right)} \right. \\
&\quad \left. + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 y_{ji} \left(\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_j(u_i, v_i) + \mathbf{x}^{*T} \hat{\boldsymbol{\gamma}}_j - \hat{\beta}_{j0\omega}(u_i, v_i) \right) \right] \tag{36}
\end{aligned}$$

Lampiran 2. Penurunan Fungsi Likelihood di bawah H_0 (Lanjutan)

Statistik uji G^2 merupakan pendekatan dari distribusi χ^2 dengan derajat bebas ν dengan ν adalah banyaknya parameter di bawah populasi dikurangi banyaknya parameter di bawah H_0 .

Lampiran 3. Data Jumlah Kematian Bayi dan Kematian Ibu serta Faktor-Faktor yang Mempengaruhi di Kota Surabaya Tahun 2015

Kecamatan	Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
Karang Pilang	11	1	2,87	96,46	95,78	72,93	74,66
Jambangan	4	1	2,52	96,94	96,06	76,35	47,81
Gayungan	6	1	2,10	95,65	95,54	78,21	44,00
Wonocolo	5	1	1,76	95,45	113,48	59,85	27,56
Tenggiling Mejoyo	2	0	3,55	98,7	98,99	98,66	74,65
Gunung Anyar	4	0	2,46	97,12	98,25	94,96	63,98
Rungkut	9	3	2,97	94,02	106,91	70,44	62,37
Sukolilo	7	1	2,81	90,76	85,60	78,19	41,16
Mulyorejo	3	0	2,71	94	93,90	74,43	48,79
Gubeng	9	1	4,12	90,74	86,78	88,45	65,99
Wonokromo	19	3	2,14	97,11	92,87	76,04	45,74
Dukuh Pakis	2	0	3,15	95,65	92,53	80,12	66,18
Wiyung	13	0	1,89	93,83	94,6	86,01	35,01
Lakarsantri	8	1	1,70	97,80	103,19	56,57	17,57
Sambikerep	14	3	2,86	95,40	96,49	76,03	31,47
Tandes	15	0	2,04	94,4	99,19	63,19	53,08
Sukomanunggal	21	1	2,03	99,49	99,56	66,24	51,81
Sawahan	12	1	2,51	93,02	98,79	68,20	43,94
Tegalsari	6	2	3,67	94,19	99,53	74,61	44,09
Genteng	4	0	1,65	98,59	102,94	83,62	23,97
Tambaksari	11	2	5,70	90,91	90,86	81,96	70,32
Kenjeran	19	8	2,37	88,25	106,82	64,40	42,08
Bulak	5	0	2,40	75,18	67,09	83,66	38,33
Simokerto	8	1	1,99	87,58	83,9	65,91	40,84
Semampir	14	1	3,90	80,56	77,18	55,27	52,00
Pabean Cantikan	3	1	3,57	83,39	85,52	53,95	71,50
Bubutan	5	2	3,78	87,4	84,02	74,82	43,51
Krembangan	17	2	1,69	88,95	84,96	66,34	36,62
Asemrowo	10	0	2,93	92,35	99,88	61,31	43,99
Benowo	6	0	1,86	102,07	116,45	79,61	55,76
Pakal	10	1	2,33	84,91	75,76	52,67	48,83

Lampiran 4. Data Lintang dan Bujur Kota Surabaya Tahun 2015

Kecamatan	U	V
Karang Pilang	-7,31973	112,7096
Jambangan	-7,32846	112,7174
Gayungan	-7,33787	112,7188
Wonocolo	-7,32776	112,7399
Tenggilis Mejoyo	-7,32235	112,7621
Gunung Anyar	-7,33971	112,7807
Rungkut	-7,32479	112,7941
Sukolilo	-7,29691	112,7644
Mulyorejo	-7,26435	112,7811
Gubeng	-7,27058	112,7708
Wonokromo	-7,30402	112,7333
Dukuh Pakis	-7,28323	112,7122
Wiyung	-7,31535	112,6948
Lakarsantri	-7,30543	112,6384
Sambikerep	-7,28512	112,6629
Tandes	-7,26258	112,6683
Sukomanunggal	-7,26244	112,712
Sawahan	-7,26558	112,7277
Tegalsari	-7,26349	112,7383
Genteng	-7,25225	112,7408
Tambaksari	-7,2429	112,7631
Kenjeran	-7,22877	112,7458
Bulak	-7,23288	112,7775
Simokerto	-7,24912	112,7553
Semampir	-7,22469	112,7472
Pabean Cantikan	-7,22272	112,7355
Bubutan	-7,25451	112,7194
Krembangan	-7,23329	112,7319
Asemrowo	-7,25183	112,7141
Benowo	-7,25372	112,6349
Pakal	-7,23509	112,6125

Lampiran 5. Statistika Deskriptif Variabel Respon dan Variabel Pejelasan Kota Surabaya Tahun 2015

Descriptive Statistics: Y1; Y2

Variable	CoefVar	Minimum	Median	Maximum
Y1	58,68	2,000	8,000	21,000
Y2	127,62	0,000	1,000	8,000

Descriptive Statistics: X1; X2; X3; X4; X5

Variable	Mean	StDev	Variance	Minimum	Maximum
X1	2,706	0,915	0,838	1,650	5,700
X2	92,52	5,98	35,74	75,18	102,07
X3	94,23	10,84	117,49	67,09	116,45
X4	72,90	11,81	139,38	52,67	98,66
X5	49,20	14,62	213,69	17,57	74,66

Lampiran 6. Koefisien Korelasi Variabel Respon dan Variabel Prediktor

Correlations: Y1; Y2; X1; X2; X3; X4; X5						
	Y1	Y2	X1	X2	X3	X4
Y2	0,495 0,005					
X1	-0,169 0,371	0,084 0,658				
X2	-0,046 0,807	-0,159 0,400	-0,286 0,126			
X3	0,006 0,975	0,147 0,439	-0,292 0,118	0,804 0,000		
X4	-0,351 0,057	-0,241 0,199	0,186 0,324	0,328 0,076	0,061 0,749	
X5	-0,120 0,528	-0,067 0,723	0,622 0,000	0,034 0,860	-0,080 0,674	0,291 0,119
Cell Contents: Pearson correlation P-Value						

Lampiran 7. Pengujian Distribusi Variabel Respon

```
macro
coba y1 y2
mconstant n y1bar y2bar c f h m11 i j Ib v pp pvalue
mcolumn y1 y2 a b d e g
let n=count(y1)
let y1bar=mean(y1)
let y2bar=mean(y2)
let a=y1-y1bar
let b=(y1-y1bar)**2
let c=(sum(b))/n
let d=y2-y2bar
let e=(y2-y2bar)**2
let f=(sum(e))/n
let g=a*d
let h=sum(g)
let m11=h/n
let i=((y2bar*c)-(2*(m11**2))+(y1bar*f))*n
let j=(y1bar*y2bar)-(m11**2)
let Ib=i/j
let v=3*n-2
cdf Ib pp;
chis v.
let pvalue=1-pp
print Ib pvalue
endmacro
```

#cara memanggil

MTB > %"D:\uji bivariat poisson.txt" C1 C2

Data Display

Ib	-119,551
pvalue	1,00000

Lampiran 8. Matriks Korelasi

Data Display

Matrix CORR2

1,00000	-0,28574	-0,29181	0,18635	0,62156
-0,28574	1,00000	0,80366	0,32832	0,03374
-0,29181	0,80366	1,00000	0,06097	-0,08019
0,18635	0,32832	0,06097	1,00000	0,29081
0,62156	0,03374	-0,08019	0,29081	1,00000

Lampiran 9. Pemeriksaan Multikolinieritas dengan Nilai VIF 5 Variabel Prediktor

Data Display

Matrix Inverse CORR2

1,98468	0,84645	-0,17902	-0,29016	-1,19213
0,84645	3,99000	-2,93681	-1,12302	-0,56968
-0,17902	-2,93681	3,28523	0,72041	0,26431
-0,29016	-1,12302	0,72041	1,41856	-0,13652
-1,19213	-0,56968	0,26431	-0,13652	1,82110

Lampiran 10. Macro SAS Pendeteksian Over/Underdispersi Untuk Mendapatkan Nilai Devians dan Pearson Chi Square dari Variabel Y_1

```

data cari_devians;
input Y1 X1 X2 X3 X4 X5;
datalines;
11      2.87   96.46  95.78  72.93  74.66
4       2.52   96.94  96.06  76.35  47.81
6       2.10   95.65  95.54  78.21  44.00
5       1.76   95.45  113.48 59.85  27.56
2       3.55   98.7   98.99  98.66  74.65
4       2.46   97.12  98.25  94.96  63.98
9       2.97   94.02  106.91 70.44  62.37
7       2.81   90.76  85.60  78.19  41.16
3       2.71   94     93.90  74.43  48.79
9       4.12   90.74  86.78  88.45  65.99
19      2.14   97.11  92.87  76.04  45.74
2       3.15   95.65  92.53  80.12  66.18
13      1.89   93.83  94.6   86.01  35.01
8       1.70   97.80  103.19 56.57  17.57
15      2.04   94.4   99.19  63.19  53.08
21      2.03   99.49  99.56  66.24  51.81
12      2.51   93.02  98.79  68.20  43.94
6       3.67   94.19  99.53  74.61  44.09
4       1.65   98.59  102.94 83.62  23.97
11      5.70   90.91  90.86  81.96  70.32
19      2.37   88.25  106.82 64.40  42.08
5       2.40   75.18  67.09  83.66  38.33
8       1.99   87.58  83.9   65.91  40.84
14      3.90   80.56  77.18  55.27  52.00
3       3.57   83.39  85.52  53.95  71.50
5       3.78   87.4   84.02  74.82  43.51
17      1.69   88.95  84.96  66.34  36.62
10      2.93   92.35  99.88  61.31  43.99
6       1.86   102.07 116.45 79.61  55.76
10      2.33   84.91  75.76  52.67  48.83

run;
proc genmod data=cari_devians;
model Y1 = X1 X2 X3 X4 X5/dist = poisson
link = log
type1
type3 wald
scale=deviance;
run;

```

Lampiran 11. Macro SAS Pendeteksian Over/Underdispersi Untuk Mendapatkan Nilai Devians dan Pearson Chi Square dari Variabel Y₂

```

data cari_devians;
input Y2 X1 X2 X3 X4 X5;
datalines;
1      2.87   96.46  95.78  72.93  74.66
1      2.52   96.94  96.06  76.35  47.81
1      2.10   95.65  95.54  78.21  44.00
1      1.76   95.45  113.48 59.85  27.56
0      3.55   98.7   98.99  98.66  74.65
0      2.46   97.12  98.25  94.96  63.98
3      2.97   94.02  106.91 70.44  62.37
1      2.81   90.76  85.60  78.19  41.16
0      2.71   94     93.90  74.43  48.79
1      4.12   90.74  86.78  88.45  65.99
3      2.14   97.11  92.87  76.04  45.74
0      3.15   95.65  92.53  80.12  66.18
0      1.89   93.83  94.6   86.01  35.01
1      1.70   97.80  103.19 56.57  17.57
0      2.04   94.4   99.19  63.19  53.08
1      2.03   99.49  99.56  66.24  51.81
1      2.51   93.02  98.79  68.20  43.94
2      3.67   94.19  99.53  74.61  44.09
0      1.65   98.59  102.94 83.62  23.97
2      5.70   90.91  90.86  81.96  70.32
8      2.37   88.25  106.82 64.40  42.08
0      2.40   75.18  67.09  83.66  38.33
1      1.99   87.58  83.9   65.91  40.84
1      3.90   80.56  77.18  55.27  52.00
1      3.57   83.39  85.52  53.95  71.50
2      3.78   87.4   84.02  74.82  43.51
2      1.69   88.95  84.96  66.34  36.62
0      2.93   92.35  99.88  61.31  43.99
0      1.86   102.07 116.45 79.61  55.76
1      2.33   84.91  75.76  52.67  48.83

run;
proc genmod data=cari_devians;
model Y2 = X1 X2 X3 X4 X5/dist = poisson
link = log
type1
type3 wald
scale=deviance;
run;

```

Lampiran 12. Hasil Output SAS Untuk Mendapatkan Nilai Devians dan Pearson Chi Square Regresi Poisson Y_1

The GENMOD Procedure			
Model Information			
Data Set	WORK.CARI_DEVIANS		
Distribution	Poisson		
Link Function	Log		
Dependent Variable	Y1		
Observations Used	30		
Criteria For Assessing Goodness Of Fit			
Criterion	DF	Value	Value/DF
Deviance	24	77.6299	3.2346
Scaled Deviance	24	24.0000	1.0000
Pearson Chi-Square	24	78.3129	3.2630
Scaled Pearson X2	24	24.2112	1.0088
Log Likelihood		100.6452	

Lampiran 13. Hasil Output SAS Untuk Medapatkan Nilai Devians dan Pearson Chi Square Regresi Poisson Y_2

The GENMOD Procedure			
Model Information			
Data Set	WORK.CARI_DEVIANS		
Distribution	Poisson		
Link Function	Log		
Dependent Variable	Y2		
Observations Used	30		
Criteria For Assessing Goodness Of Fit			
Criterion	DF	Value	Value/DF
Deviance	24	33.3878	1.3912
Scaled Deviance	24	24.0000	1.0000
Pearson Chi-Square	24	34.7523	1.4480
Scaled Pearson X2	24	24.9808	1.0409
Log Likelihood		-16.4766	

Lampiran 14. Syntak Penaksiran Parameter BPIGR

```
#Initial value
library (polynom)
library (orthopolynom)
library (gaussquad)
library (gmp)
library (Rmpfr)
library (MASS)
library (MixedPoisson)

data0 = read.csv("E:/Dokumen/S2/Semester 4/1.Tesis/Data AKB
AKI SBY/DATA BPIGR.csv",header=TRUE,sep=";"); data0 =
data.frame(data0) #Ganti sesuai tempat menaruh file
data=data.frame(data0)
y1=as.matrix((data[,1]))
y2=as.matrix((data[,2]))

estdelta1=est.delta(y1+5)
estdelta1
(tau0=1/(estdelta1$ll.delta.max)^2)
(n=nrow(data))
(x=as.matrix(cbind(rep(1,n),(data[,-c(1,2)]))))
(t1=lambda_start(y1,x))
beta10=t1$beta
beta10

t2=lambda_start(y2,x)
beta20=t2$beta
b1 <- as.matrix(beta10)
b2 <- as.matrix(beta20)
beta1 <- cbind(b1,b2)
(t <- 1/(estdelta1$ll.delta.max))
Y1 <- as.matrix(y1)
Y2 <- as.matrix(y2)
(Y <- cbind(Y1,Y2))
(n <- nrow(Y1))
(My <- matrix(0, nrow = n, ncol = 1))

#Myi
for(i in 1:n) {

  sumxb <- 0
  sumfact <- 0
  sumfact2 <- 0

  for(j in 1:2) {
    sumxb1 <- sumxb + (exp(x[i,] %*% beta1[,j]))
    sumxb <- sumxb1
  }
}
```

Lampiran 14. Syntak Penaksiran Parameter BPIGR (Lanjutan)

```
for (m in 0:(Y[i,1]+Y[i,2])) {
  kurung <- (((2/t)*sqrt(1+(2*t*sumxb))))^(-m)
  sumfact1 <- sumfact +
  ((factorial(Y[i,1]+Y[i,2]+m)/((factorial(Y[i,1]+Y[i,2]-
m))*factorial(m))))*kurung)

  sumfact <- sumfact1
}

for (m in 0:abs((Y[i,1]+Y[i,2]-1))){
  kurung <- (((2/t)*sqrt(1+(2*t*sumxb))))^(-m)
  sumfact2.1 <- sumfact2 + ((factorial(abs(Y[i,1]+Y[i,2]-
1)+m)/((factorial(abs(Y[i,1]+Y[i,2]-1)-m)*factorial(m))))*kurung)
  sumfact2 <- sumfact2.1
}
My[i,1] <- (1/sqrt(1+(2*t*sumxb)))*(sumfact/sumfact2)
}
My #memanggil
vnorm <- 140

while(vnorm >= 112){
  #Proses Matriks Gt
  #mendapatkan deltab

  deltab1 <- 0
  for (i in 1:n){
    sumxb <- 0
    sumfact <- 0
    atas <- 0
    sumfact2 <- 0
    bawah <- 0

    for(j in 1:2){
      sumxb1 <- sumxb + (exp(x[i,] %%% beta1[,j]))
      sumxb <- sumxb1
    }

    for (m in 0:(Y[i,1]+Y[i,2])) {
      kurung <- (((2/t)*sqrt(1+(2*t*sumxb))))^(-m)
      sumfact1 <- sumfact +
      ((factorial(Y[i,1]+Y[i,2]+m)/((factorial(Y[i,1]+Y[i,2]-
m))*factorial(m))))*kurung)
      sumfact <- sumfact1
    }

    atas <- ((exp(x[i,] %%% beta1[,1]))*sumfact)

    for (m in 0:abs((Y[i,1]+Y[i,2]-1))){
      kurung <- (((2/t)*sqrt(1+(2*t*sumxb))))^(-m)
```

Lampiran 14. Syntak Penaksiran Parameter BPIGR (Lanjutan)

```
        sumfact2.1 <- sumfact2 +
((factorial(abs(Y[i,1]+Y[i,2]-
1)+m)/(factorial(abs(Y[i,1]+Y[i,2]-1)-m)*factorial(m)))*kurung)
        sumfact2 <- sumfact2.1
    }

    bawah <- ((sqrt(1+(2*t*sumxb)))*sumfact2)
    delta1 <- deltab1+((Y[i,1]-(atas/bawah))*x[i,])
    deltab1 <- delta1

}

#mendapatkan deltab2
deltab2 <- 0
for (i in 1:n) {
    sumxb <- 0
    sumfact <- 0
    atas <- 0
    sumfact2 <- 0
    bawah <- 0

    for(j in 1:2) {
        sumxb1 <- sumxb + (exp(x[i,] %%% beta1[,j]))
        sumxb <- sumxb1
    }

    for (m in 0:(Y[i,1]+Y[i,2])){
        kurung <- (((2/t)*sqrt(1+(2*t*sumxb)))^(-m))
        sumfact1 <- sumfact +
            ((factorial(Y[i,1]+Y[i,2]+m)/((factorial(Y[i,1]+Y[i,2]-
m))*factorial(m)))*kurung)
        sumfact <- sumfact1
    }

    atas <- ((exp(x[i,] %%% beta1[,2]))*sumfact)
    for (m in 0:abs((Y[i,1]+Y[i,2]-1))) {
        kurung <- (((2/t)*sqrt(1+(2*t*sumxb)))^(-m))
        sumfact2.1 <- sumfact2 +
            ((factorial(abs(Y[i,1]+Y[i,2]-
1)+m)/(factorial(abs(Y[i,1]+Y[i,2]-1)-m)*factorial(m)))*kurung)
        sumfact2 <- sumfact2.1
    }

    bawah <- ((sqrt(1+(2*t*sumxb)))*sumfact2)
    lol <- ((Y[i,2]-(atas/bawah))*x[i,])
    delta2 <- deltab2+lol
    deltab2 <- delta2
}
```


Lampiran 14. Syntak Penaksiran Parameter BPIGR (Lanjutan)

```
#mendapatkan deltaT
deltaT <- 0
for (i in 1:n) {
  sumxb <- 0
  sumfact <- 0
  atas <- 0
  sumfact2 <- 0
  bawah <- 0
  sumy <- 0

  for(j in 1:2) {
    sumxb1 <- sumxb + (exp(x[i,] %*% beta1[,j]))
    sumxb <- sumxb1
  }

  for (m in 0:(Y[i,1]+Y[i,2])) {
    kurung <- (((2/t)*sqrt(1+(2*t*sumxb))))^(-m))
    sumfact1 <- sumfact +
      ((factorial(Y[i,1]+Y[i,2]+m)/((factorial(Y[i,1]+Y[i,2]-
m))*factorial(m))))*kurung)
    sumfact <- sumfact1
  }

  atas <- ((1+(t*sumxb))*sumfact)
  for (m in 0:abs((Y[i,1]+Y[i,2]-1))) {
    kurung <- (((2/t)*sqrt(1+(2*t*sumxb))))^(-m))
    sumfact2.1 <- sumfact2 +
      ((factorial(abs(Y[i,1]+Y[i,2]-
1)+m)/(factorial(abs(Y[i,1]+Y[i,2]-1)-m)*factorial(m))))*kurung)
    sumfact2 <- sumfact2.1
  }

  bawah <- (sqrt((1+(2*t*sumxb)))*sumfact2)
  for(j in 1:2) {
    sumy1 <- sumy + (Y[i,j]-(atas/bawah))
    sumy <- sumy1
  }

  deltaTfix <- deltaT + ((1+(t*sumy)))
  deltaT <- deltaTfix
}

delta1T <- (-(1/(t^2)))*deltaT

#Penggabungan menjadi Matriks Gt
Gt <- matrix(c(deltab1,deltab2,delta1T), ncol=1)

#Mendapatkan matriks Ht
```

Lampiran 14. Syntak Penaksiran Parameter BPIGR (Lanjutan)

```
#Mendapatkan diff2b1b1

diff2b1 <- 0
for (i in 1:n){
  sumy <- 0
  summiu <- 0

  for (j in 1:2){
    sumy1 <- sumy + Y[i,j]
    sumy <- sumy1
  }

  for (j in 1:2){
    summiu1 <- summiu+(exp(x[i,] %%% beta1[,j]))
    summiu <- summiu1
  }

  atas <- (exp(x[i,] %%%
beta1[,1]))*(1+(t*My[i,1]*(1+2*sumy)))
  bawah <- 1+(2*t*summiu)
  kurung1 <- My[i,1] - (atas/bawah) + ((exp(x[i,] %%%
beta1[,1]))*(My[i,1]^2))
  diff2b1.1 <- diff2b1 + ((as.vector(exp(x[i,] %%%
beta1[,1])) *
                                ((x[i,]) %%%
t(x[i,]))*(as.vector(kurung1))
  diff2b1 <- diff2b1.1
}

#Mendapatkan diff2b1b2

diff2b1b2 <- 0
for (i in 1:n){

  sumy <- 0
  summiu <- 0

  for (j in 1:2){
    sumy1 <- sumy+Y[i,j]
    sumy <- sumy1
  }

  for (j in 1:2){
    summiu1 <- summiu+(exp(x[i,] %%% beta1[,j]))
    summiu <- summiu1
  }
}
```

Lampiran 14. Syntak Penaksiran Parameter BPIGR (Lanjutan)

```
    atas <- (1+(t*My[i,1]))*(1+2*sumy)
    bawah <- 1+(2*t*summiu)
    kurung1 <- (atas/bawah)-(My[i,1]^2)

    lol1 <- (as.vector((exp(x[i,] %% beta1[,1])) * (exp(x[i,]
%%
beta1[,2])))) * ((x[i,] %% t(x[i,])))
    diff2b1b2.1 <- diff2b1b2+ (lol1 * as.vector(kurung1))
    diff2b1b2 <- diff2b1b2.1
  }

  #Mendapatkan diff2b1t

  diff2b1tfix <- 0

  for (i in 1:n){

    sumy <- 0
    summiu <- 0

    for (j in 1:2){
      sumy1 <- sumy+Y[i,j]
      sumy <- sumy1
    }

    for (j in 1:2){
      summiu1 <- summiu+(exp(x[i,] %% beta1[,j]))
      summiu <- summiu1
    }

    atas <- (1+t*summiu)*(1+(t*My[i,1]))*(1+2*sumy))
    bawah <- (1+2*t*summiu)
    kurung1 <- (t*My[i,1])-
(atas/bawah)+((My[i,1]^2)*(1+t*summiu))

    diff2b1t.1 <- diff2b1tfix+((as.vector((exp(x[i,] %%
beta1[,1]))))
                                * t(x[i,]))*as.vector(kurung1))
    diff2b1tfix <- diff2b1t.1
  }

  diff2b1t <- as.vector(diff2b1tfix)*(1/(t^2))

  #mendapatkan diff2b2b2
```

Lampiran 14. Syntak Penaksiran Parameter BPIGR (Lanjutan)

```
diff2b2 <- 0

for (i in 1:n){

  sumy <- 0
  summiu <- 0

  for (j in 1:2){
    sumy1 <- sumy+Y[i,j]
    sumy <- sumy1
  }

  for (j in 1:2){
    summiu1 <- summiu+(exp(x[i,] %*% beta1[,j]))
    summiu <- summiu1
  }

  atas <- (exp(x[i,] %*%
beta1[,2]))*(1+(t*My[i,1])*(1+2*sumy))
  bawah <- 1+(2*t*summiu)
  kurung1 <- My[i,1] - (atas/bawah) + ((exp(x[i,] %*%
beta1[,2]))*(My[i,1]^2))

  diff2b2.1 <- diff2b2+((as.vector(exp(x[i,] %*% beta1[,2])))
*
((x[i,]) %*% t(x[i,]))*
as.vector(kurung1))
  diff2b2 <- diff2b2.1
}

#mendapatkan diff2b2t

diff2b2tfix <- 0

for (i in 1:n){

  sumy <- 0
  summiu <- 0

  for (j in 1:2){
    sumy1 <- sumy+Y[i,j]
    sumy <- sumy1
  }
}
```

Lampiran 14. Syntak Penaksiran Parameter BPIGR (Lanjutan)

```
for (j in 1:2){
  summiu1 <- summiu+(exp(x[i,] %%% beta1[,j]))
  summiu <- summiu1
}

atas <- (1+t*summiu)*(1+t*My[i,1]*(1+2*sumy))
bawah <- 1+(2*t*summiu)
kurung1 <- (t*My[i,1])-(
(atas/bawah)+(My[i,1]^2*(1+t*summiu))

diff2b2t.1 <- diff2b2tfix+((as.vector((exp(x[i,] %%%
beta1[,2]))))
                                * t(x[i,]))*as.vector(kurung1))
diff2b2tfix <- diff2b2t.1
}

diff2b2t <- as.vector(diff2b2tfix)*(1/(t^2))

#mendapatkan diff2t2

diff2t2 <- 0
for (i in 1:n){

  sumy <- 0
  sumy2 <- 0
  summiu <- 0

  for (j in 1:2){
    sumy1 <- sumy+Y[i,j]
    sumy <- sumy1
  }

  for (j in 1:2){
    summiu1 <- summiu+(exp(x[i,] %%% beta1[,j]))
    summiu <- summiu1
  }

  pers1 <- -((1+t*summiu)/((t^4)*(1+2*t*summiu)))
  pers2 <- ((t^2)*My[i,1]*summiu)-((1+t*summiu)*
(1-
(My[i,1]^2)*(1+2*t*summiu)+(2*t*My[i,1]*sumy)))
  diff2t2.1 <- diff2t2 + (pers1*pers2-
((My[i,1]*(2+2*t*summiu))/
(t^3)))+(2/(t^3)))+(My[i,1]*summiu+sumy)/(t^2)))
  diff2t2 <- diff2t2.1
}
```

Lampiran 14. Syntak Penaksiran Parameter BPIGR (Lanjutan)

```
#Matriks Ht

col1 <- rbind(diff2b1,diff2b1b2,diff2b1t)
col2 <- rbind(diff2b1b2,diff2b2,diff2b2t)
col3 <- matrix(c(diff2b1t,diff2b2t,diff2t2), nrow=13, ncol=1)

Ht <- cbind(col1,col2,col3)

teta0 <- rbind(b1,b2,t)
teta1 <- teta0 - (solve(Ht) %*% Gt)
b1 <- as.matrix(teta1[1:6,1])
b2 <- as.matrix(teta1[7:12,1])
t <- as.matrix((teta1[13,1]))

if(t > 2) {
  t <- 1/(t)
}

beta1 <- cbind(b1,b2)
ji <- teta1-teta0

vnorm <- norm(ji, type = 'f')
print(as.vector(col3))
print(vnorm)
}
```

Lampiran 15. Syntak Uji Serentak BPIGR

```
#data=data.frame((data0))
data=data.frame(data0)

y1=as.matrix((data[,1]))
y2=as.matrix((data[,2]))

n=nrow(data)
xduga=x=as.matrix(cbind(rep(1,n),(data[, -c(1,2)])))
xom=matrix(1, nrow=n, ncol=1)

(teta11 = teta1)
(b1om <- teta11[1,1])
(b2om <- teta11[7,1])
(beta1om <- cbind(b1om,b2om))
(tom <-abs(teta11[13,1]))

(b1duga <- as.matrix(teta1[1:6,1])) #diganti tergantung jumlah
parameter dan atau variabel
(b2duga <- as.matrix(teta1[7:12,1]))#diganti tergantung jumlah
parameter dan atau variabel
(beta1duga <- cbind(b1duga,b2duga))
(tduga <- abs(as.matrix(teta1[13,1]))) #diganti tergantung
jumlah parameter dan atau variabel
(Y1 <- as.matrix(y1))
(Y2 <- as.matrix(y2))
(Y <- cbind(Y1,Y2))
(n <- nrow(Y1))
(Myduga <- matrix(0, nrow = n, ncol = 1))
(Myom <- matrix(0, nrow = n, ncol = 1))

for(i in 1:n){

  sumxb <- 0
  sumfact <- 0
  sumfact2 <- 0

  for(j in 1:2){
    sumxb1 <- sumxb + (exp(xduga[i,] %*% beta1duga[,j]))
    sumxb <- sumxb1
  }

  for (m in 0:(Y[i,1]+Y[i,2])){
    kurung <- ((2/tduga)*sqrt(1+(2*tduga*sumxb)))^(-m)
    sumfact1 <- sumfact +
      ((factorial(Y[i,1]+Y[i,2]+m)/((factorial(Y[i,1]+Y[i,2]-
m))*factorial(m))))*kurung)

    sumfact<-sumfact1
  }
}
```

Lampiran 15. Syntak Uji Serentak BPIGR (Lanjutan)

```
for (m in 0:abs((Y[i,1]+Y[i,2]-1))) {
  kurung <- (((2/tduga)*sqrt(1+(2*tduga*sumxb))))^(-m))
  sumfact2.1 <- sumfact2 +
    ((factorial(abs(Y[i,1]+Y[i,2]-
1)+m)/(factorial(abs(Y[i,1]+Y[i,2]-1)-m)*factorial(m)))*kurung)
  sumfact2 <- sumfact2.1
}

Myduga[i,1] <- (1/sqrt(1+(2*tduga*sumxb)))*(sumfact/sumfact2)
}

for(i in 1:n) {
  sumxb <- 0
  sumfact <- 0
  sumfact2 <- 0

  for(j in 1:2) {
    sumxb1 <- sumxb + (exp(xom[i,] %%% beta1om[j]))
    sumxb <- sumxb1
  }

  for (m in 0:(Y[i,1]+Y[i,2])) {
    kurung <- ((2/tom)*sqrt(1+(2*tom*sumxb))))^(-m)
    sumfact1 <- sumfact +
      ((factorial(Y[i,1]+Y[i,2]+m)/((factorial(Y[i,1]+Y[i,2]-
m))*factorial(m)))*kurung)
    sumfact <- sumfact1
  }

  for (m in 0:abs((Y[i,1]+Y[i,2]-1))) {
    kurung <- (((2/tom)*sqrt(1+(2*tom*sumxb))))^(-m))
    sumfact2.1 <- sumfact2 +
      ((factorial(abs(Y[i,1]+Y[i,2]-
1)+m)/(factorial(abs(Y[i,1]+Y[i,2]-1)-m)*factorial(m)))*kurung)

    sumfact2 <- sumfact2.1
  }

  Myom[i,1] <- (1/sqrt(1+(2*tom*sumxb)))*(sumfact/sumfact2)
}

Kzom <- sum(log(Myom))
Kzduga <- sum(log(Myduga))

pers2 <- 0
for(i in 1:n) {
  sumymin1 <- 0
  sumxbduga <- 0
```


Lampiran 15. Syntak Uji Serentak BPIGR (Lanjutan)

```
sumxbom <- 0
for(j in 1:2) {
  sumymin1.2 <- sumymin1 + (Y[i,j]-1)
  sumymin1 <- sumymin1.2
}

depan <- (2*sumymin1)/4

for(j in 1:2) {
  sumxbduga1 <- sumxbduga + exp(t(xduga[i,]) %*%
beta1duga[,j])
  sumxbduga <- sumxbduga1
}

atas <- 1+(2*tduga %*% sumxbduga)

for(j in 1:2) {
  sumxbom1 <- sumxbom + exp(beta1om[j])
  sumxbom <- sumxbom1
}

bawah <- 1+(2*tom*sumxbom)
pers2.1 <- pers2 + (depan*log(atas/bawah))
pers2 <- pers2.1
}

pers3 <- 0

for(i in 1:n) {
  for(j in 1:2) {
    pers3.1 <- pers3 + (Y[i,j] %*% t(xduga[i,]) %*%
beta1duga[,j])
    pers3 <- pers3.1
  }
}

pers4 <- 0

for(i in 1:n){
  for(j in 1:2){
    pers4.1 <- pers4 + (Y[i,j] * beta1om[,j])
    pers4 <- pers4.1
  }
}

likelihood <- 2*((n/tduga)-(n/tom)-
((n/2)*log(tduga/tom))+Kzduga-Kzom-pers2+pers3-pers4)
```

Lampiran 15. Syntak Uji Serentak BPIGR (Lanjutan)

```
pvalue <- pchisq(likelihood,
                10 , ncp = 0,
                lower.tail = FALSE,
                log.p = FALSE)

chisqtable <- qchisq(0.95,10)

table <- cbind(likelihood,chisqtable,pvalue)

colnames(table) <- c("G",
                    "Chisq Table",
                    "P-value")

if(table[3] <= 10^-4){
  table[3] = "0.000"
}

table1 <- data.frame(table,
                     stringsAsFactors = FALSE)

table1
```

Lampiran 16. Hasil Uji Serentak BPIGR

	G	Chisq.Table	P.value
t	4179.89621346605	18.3070380532751	0.000

Lampiran 17. Syntak Uji Parsial BPIGR

```
std <- 1*(solve(Ht))
stderror <- matrix(0, nrow=13, ncol=1)
for (i in 1:13){
  lil <- std[i,i]
  stderror [i,1] <- lil
}
zhitung <- teta1/stderror
round(zhitung,5)
pvalue <- pnorm(abs(zhitung), lower.tail = FALSE)
for(i in 1:13){
  if(pvalue[i] < 10^-4) {
    pvalue [i] = .0000
  }
}
pvalue = round(pvalue,4)

table <- cbind(teta1, abs(stderror), round(zhitung,5), pvalue)
table1 <- data.frame(table, stringsAsFactors = FALSE, row.names =
=
                        c("(Interceptb1)", "b1.x1", "b1.x2",
"b1.x3", "b1.x4","b1.x5",
                        "(Interceptb2)","b2.x1", "b2.x2",
"b2.x3", "b2.x4","b2.x5","t"))
colnames(table1) <- c("Estimate", "Std. Error", "Z value", "P-
value")
#write.table (table1, "D:/Table.txt", sep="\t")
table1
```

Lampiran 18. Hasil Uji Parsial BPIGR

	Estimate	Std. Error	Z value	P-value
(Interceptb1)	-5.62658397	2.598690e-04	21651.617	0
b1.x1	0.05806822	1.537947e-06	-37756.959	0
b1.x2	0.25943179	3.451360e-08	-7516800.034	0
b1.x3	-0.07763313	4.566884e-09	16999144.509	0
b1.x4	-0.11355316	1.532556e-08	7409395.062	0
b1.x5	-0.01799814	6.785841e-09	2652308.521	0
(Interceptb2)	2.26644300	1.995415e-03	-1135.825	0
b2.x1	3.10311123	1.138425e-05	-272579.387	0
b2.x2	0.09719101	2.672767e-07	-363634.424	0
b2.x3	0.09206250	4.094054e-08	-2248687.989	0
b2.x4	-0.29380570	1.309934e-07	2242903.799	0
b2.x5	-0.16941877	6.291293e-08	2692908.561	0
t	-101.82906467	8.349494e-05	1219583.700	0

Lampiran 19. Syntak Penaksiran Parameter GWBPIGR

```
GWBPIGR = function(data,W,location,max.iterasi,epsilon)
{
  library(polynom);
  library(orthopolynom);
  library(gaussquad);
  library(gmp);
  library(Rmpfr);
  library(MASS);
  library(MixedPoisson);
  library(corpcor)

  #testing

#data=cbind(y1.gcv,y2.gcv,x.gcv);W=W;location=i;max.iterasi=max
.iterasi;epsilon=epsilon

  ##Load Data
  data = as.matrix(data)
  y1 = as.matrix(data[,1])
  y2 = as.matrix(data[,2])
  n = nrow(data)
  x = as.matrix(data[, -c(1,2)]); colnames(x) =
c("Satuan",colnames(x)[2:ncol(x)])
  w = as.matrix(W)
  l = location

  ##Nilai inisial tau
  estdelta1 = est.delta(y1+5)
  tau0 = 1/(estdelta1$ll.delta.max)^2

  ##Nilai insisial beta (dari univariate Poisson Inverse
Gaussian)
  beta10 = as.matrix(lambda_start(y1,x)$beta)
  beta20 = as.matrix(lambda_start(y2,x)$beta)
  theta0 = as.matrix(rbind(beta10,beta20,tau0))
  rownames(theta0) = c(paste0("Beta1",c(0:(ncol(x)-
1))),paste0("Beta2",c(0:(ncol(x)-1))),"tau")
  theta1 = theta0

  ##Fungsi Myi
  My = function(yi1,yi2,xi,tau,beta1,beta2)
  {
    if(nrow(as.matrix(xi))>ncol(as.matrix(xi)))
    {xi=t(as.matrix(xi))};
    hasil=0
    if ((yi1+yi2-1)>0) {
      # fix
      fungsi1=1/((1+(2*tau*(exp(xi%%beta1)+exp(xi%%beta2))))^0.5)
      fungsi2=0
```

Lampiran 19. Syntak Penaksiran Parameter GWBPIGR (Lanjutan)

```
    fungsi3=0

    # fix
    for (m in 0:(yi1+yi2)) {
        fungsi2 = fungsi2 +
            ((factorial(yi1+yi2+m)/(factorial(yi1+yi2-
m)*factorial(m))))*
((2*(((1+(2*tau*(exp(xi%%beta1)+exp(xi%%beta2))))^0.5))/tau)^
(-m)))
    }

    # fix
    for (m in 0:(yi1+yi2-1)) {
        fungsi3 = fungsi3 +
            ((factorial(yi1+yi2-1+m)/(factorial(yi1+yi2-1-
m)*factorial(m))))*
((2*(((1+(2*tau*(exp(xi%%beta1)+exp(xi%%beta2))))^0.5))/tau)^
(-m)))
    }

    hasil=fungsi1*fungsi2/fungsi3
}
return(hasil)
}

#Inisialisasi iterasi
epsilon = epsilon
maxit = max.iterasi
norm.iter = 5
iterasi = 0

while (norm.iter>epsilon && iterasi<maxit)
{
    #Parameter
    p = ncol(x)
    theta1 = theta1
    theta = theta1
    beta1 = as.matrix(theta1[1:p])
    beta2 = as.matrix(theta1[(p+1):(2*p)])
    tau = theta1[length(theta1)]
    miu1 = exp(x%%beta1)
    miu2 = exp(x%%beta2)

    #Myi=matrix(0,n,1)
```

Lampiran 19. Syntak Penaksiran Parameter GWBPIGR (Lanjutan)

```
#for (i in 1:n){Myi[i]=My(y1[i],y2[i],tau,beta1,beta2)}

##Turunan pertama
Diff1_Beta1 = 0
for (i in 1:n)
{
  Myi=My(y1[i],y2[i],x[i,],tau,beta1,beta2)

  Diff1_Beta1 = Diff1_Beta1 + ((y1[i]-
(miu1[i]*Myi))%*%t(x[i,])*w[i])
}

Diff1_Beta2 = 0
for (i in 1:n)
{
  Myi=My(y1[i],y2[i],x[i,],tau,beta1,beta2)
  Diff1_Beta2 = Diff1_Beta2 + ((y2[i]-
(miu2[i]*Myi))%*%t(x[i,])*w[i])
}

Diff1_tau = 0
fungsi1 = 0
fungsi2 = 0
# fix
for (i in 1:n)
{
  Myi=My(y1[i],y2[i],x[i,],tau,beta1,beta2)
  fungsi1 = fungsi1 +
(Myi*(1+(tau*(miu1[i]+miu2[i])))*(tau^(-2))*w[i])
  fungsi2 = fungsi2
}
Diff1_tau = -sum(w)/((tau^2))-sum(w)/(2*tau)+
(1/tau)*sum((0.5-(y1+y2))*w)+fungsi1

g =
t(cbind(as.matrix(Diff1_Beta1),as.matrix(Diff1_Beta2),as.matrix
(Diff1_tau)))

##Turunan kedua

# fix
Diff2_Beta1 = matrix(0,p,p)
for (i in 1:n)
{
  xi = t(as.matrix(x[i,]))
  Myi = My(y1[i],y2[i],xi,tau,beta1,beta2)
  Diff2_Beta1 = Diff2_Beta1 -
(miu1[i]*
```


Lampiran 19. Syntak Penaksiran Parameter GWBPIGR (Lanjutan)

```

        c((Myi-
((miu1[i]*(1+(tau*Myi*(1+(2*(y1[i]+y2[i])))))))/
        (1+(2*tau*(miu1[i]+miu2[i]))))+
        (miu1[i]*(Myi^2)))*(xi%%t(xi))*w[i]))
    }

# fix
Diff2_Beta2 = matrix(0,p,p)
for (i in 1:n)
{
    xi = t(as.matrix(x[i,]))
    Myi = My(y1[i],y2[i],xi,tau,beta1,beta2)
    Diff2_Beta2 = Diff2_Beta2 -
        (miu2[i]*
c((Myi-((miu2[i]*(1+(tau*Myi*(1+(2*(y1[i]+y2[i])))))))/
        (1+(2*tau*(miu1[i]+miu2[i]))))+
        (miu2[i]*(Myi^2)))*(xi%%t(xi))*w[i]))
    )
}

# fix
Diff2_Beta12 = matrix(0,p,p)
for (i in 1:n)
{
    xi = t(as.matrix(x[i,]))
    Myi = My(y1[i],y2[i],xi,tau,beta1,beta2)
    Diff2_Beta12 = Diff2_Beta12 +
        ((miu1[i]*miu2[i])*
        c((((1+(tau*Myi*(1+(2*(y1[i]+y2[i]))))))/
        (1+(2*tau*(miu1[i]+miu2[i]))))-
        (Myi^2)))*(xi%%t(xi))*w[i]))
    )
}

# fix
Diff2_tau = 0
funksi1 = 0
for (i in 1:n)
{
    Myi=My(y1[i],y2[i],x[i,],tau,beta1,beta2)
    funksi1 = funksi1 + (((-(1+(tau*(miu1[i]+miu2[i]))))/
        #((tau^4)*(-1-
(2*tau*(miu1[i]+miu2[i]))))*
((tau^4)*(1+(2*tau*(miu1[i]+miu2[i]))))))*
        (((tau^2)*Myi*(miu1[i]+miu2[i]))-
        ((1+(tau*(miu1[i]+miu2[i]))))*

```

Lampiran 19. Syntak Penaksiran Parameter GWBPIGR (Lanjutan)

```

(1-
((Myi^2)*(1+(2*tau*(miu1[i]+miu2[i]))))+
(2*tau*Myi*(y1[i]+y2[i])))))+
((Myi*(miu1[i]+miu2[i]))/(tau^2))-
(2*Myi*(1+(tau*(miu1[i]+miu2[i])))/(tau^3)))*w[i]
}
Diff2_tau = (sum(w)*((2/(tau^3))+2/(tau^2)))-
((1/(tau^2))*sum((0.5-(y1+y2))*w))+fungsi1

# fix
Diff2_tau_Beta1 = 0
fungsi1 = 0
for (i in 1:n)
{
Myi=My(y1[i],y2[i],x[i,],tau,beta1,beta2)
xi = t(as.matrix(x[i,]))
fungsi1 = fungsi1 +
c( (miu1[i])*
( (tau*Myi)-((1+(tau*(miu1[i]+miu2[i])))*
(1+(tau*Myi*(1+2*(y1[i]+y2[i])))))/
(1+(2*tau*(miu1[i]+miu2[i])))) )+
((Myi^2)*(1+tau*(miu1[i]+miu2[i])))) ))*
(xi*w[i])
}
Diff2_tau_Beta1 = 1/(tau^2)*fungsi1

# fix
Diff2_tau_Beta2 = 0
fungsi1 = 0
for (i in 1:n)
{
Myi=My(y1[i],y2[i],x[i,],tau,beta1,beta2)
xi = t(as.matrix(x[i,]))
fungsi1 = fungsi1 +
c( (miu2[i])*
((tau*Myi)-((1+(tau*Myi*(1+2*(y1[i]+y2[i]))))*
(1+(tau*(miu1[i]+miu2[i]))))/
(1+(2*tau*(miu1[i]+miu2[i]))))+
((Myi^2)*(1+tau*(miu1[i]+miu2[i])))) ))*
(xi*w[i])
}
Diff2_tau_Beta2 = 1/(tau^2)*fungsi1

```

Lampiran 19. Syntak Penaksiran Parameter GWBPIGR (Lanjutan)

```
Hessian = matrix(0,length(theta),length(theta))
Hessian[1:p,1:p] = Diff2_Beta1
Hessian[(p+1):(2*p),(p+1):(2*p)] = Diff2_Beta2
Hessian[1:p,(p+1):(2*p)] = Diff2_Beta12
Hessian[(p+1):(2*p),1:p] = Diff2_Beta12
Hessian[1:p,length(theta)] = Diff2_tau_Beta1
Hessian[length(theta),1:p] = Diff2_tau_Beta1
Hessian[(p+1):(2*p),length(theta)] = Diff2_tau_Beta2
Hessian[length(theta),(p+1):(2*p)] = Diff2_tau_Beta2

theta1 = theta-(pseudoinverse(Hessian)%*%as.matrix(g))
norm.iter = sqrt(sum((theta1-theta)^2))

if (iterasi==0) {
  param.iter=cbind(theta,theta1)
} else {
  param.iter=cbind(param.iter,theta1)
}

iterasi = iterasi+1
#cat("\014")
#cat(paste0('Lokasi ke-',l,' --- Iterasi ke-',iterasi,' -->
Norm = ',norm.iter,"\n"))
}
conv=ifelse(iterasi<maxit,"Converged","Not-Converged")
# print(conv)

#Uji parsial koefisien
Koefisien = theta1
inv.hess = diag(pseudoinverse(-Hessian))
Std.Error = (as.matrix(sqrt(abs(inv.hess))))
Z.Value = (Koefisien/Std.Error)
P.Value = round(2*pnorm(abs(Z.Value),lower.tail=FALSE),5)

list(inv.hess=inv.hess,iterasi=iterasi,converged=conv,theta=theta1,param.iter=param.iter,norm.iter=norm.iter,hessian=Hessian,std.error=Std.Error,z.value=Z.Value,p.value=P.Value)
}
```

Lampiran 20. Syntak Pembobot GWBPIGR

```
pembobot=function(y1,y2,x,coord,epsilon,max.iterasi)
{
  cat("Initializing process...\n")
  start.time=Sys.time()

  eps=epsilon
  maxit=max.iterasi

  n=nrow(x)
  p=ncol(x)
  y1=as.matrix(matrix(y1,n,1))
  y2=as.matrix(matrix(y2,n,1))
  x=as.matrix(x)

  #Menghitung Jarak Euclidean
  U=coord[,1]
  V=coord[,2]
  d=matrix(0,n,n)
  for (i in 1:n)
  {for (j in 1:n) {d[i,j]=sqrt(((U[i]-U[j])^2)+((V[i]-
V[j])^2));}}
  d.max=max(d)

  cat("Starting iteration, please wait...\n")
  cat("1. Kernel Bisquare\n")
  #####Mencari pembobot optimum dg GCV
  ###Bandwidth Bisquare
  h_bisq=0;GCV_bisq=0;iter_b=0;minGCV=0;selisih=1000
  A=0.0001;B=max(d)
  while ((selisih>0.0001) && (iter_b<=5)) #perlu diganti
  {
    h_awal=seq(A,B,by=(B-A)/10)
    nh=length(h_awal)      #membaca banyaknya awalan bandwidth
    GCV=matrix(10^10,1,nh)  #membuat matrix untuk tempat
nilai GCV
    colnames(GCV)=c(h_awal)
    Wb=matrix(0,n,n)

    for (k in 1:nh)
    {
      cat(paste0('Iterasi ke-',iter_b+1,' k=',k,'/',nh,' in
Bisquare \n'))
      h=h_awal[k]
      for (ii in 1:n)
      { for (jj in 1:n)
        { #Rumus bandwidth bisquare
          if (d[ii,jj]<=h)
            { Wb[ii,jj]=(1-((d[ii,jj]/h)^2))^2 } else {
```

Lampiran 20. Syntak Pembobot GWBPIGR (Lanjutan)

```
        Wb[ii,jj]=0 }}}

    for (i in 1:n)
    {
        W=Wb
        W=as.matrix(W[,i]) ; W = as.matrix(W[-i]);
        x.gcv=as.matrix(x[-i,]); #menghilangkan data ke-i dari
estimasi
        y1.gcv=as.matrix(y1[-i,]); #menghilangkan data y1 ke-i
dari estimasi
        y2.gcv=as.matrix(y2[-i,]); #menghilangkan data y2 ke-i
dari estimasi

        beta.gcv=try(as.matrix(GWBPIGR(data=cbind(y1.gcv,y2.gcv,x.gcv),
W,i,maxit,eps)$theta))
        #          print(beta.gcv)
        if(inherits(beta.gcv, "try-error"))
        {GCV[k] = GCV[k]+(10^10)} else
        {

y1hat.gcv=ceiling(exp(x[i,]%*%as.matrix(beta.gcv[1:p])))
#menghitung y1_hat
        #          print(y1hat.gcv)

y2hat.gcv=ceiling(exp(x[i,]%*%as.matrix(beta.gcv[(p+1):(2*p)])))
) #menghitung y2_hat
        #          print(y2hat.gcv)
        GCV[k]=GCV[k]+(n*((abs(y1[i]-y1hat.gcv)+abs(y2[i]-
y2hat.gcv)))/(n-sum(beta.gcv))^2)) #menghitung GCV
        #          print(GCV)
        #          print((n-length(beta.gcv))^2)

        #          print((n*((abs(y1[i]-y1hat.gcv)+abs(y2[i]-
y2hat.gcv))))))

        }
        cat(paste0('--- --- i=',i,'/',n,' in k=',k,'/',nh,' in
Bisquare \n'))
    }
}
hasilGCV_b=GCV; #menggabungkan nilai bandwidth awal dg
nilai GCV nya
A0=A; B0=B;
minGCV=min(GCV); l_min=which(GCV==minGCV)[1];
if (l_min==1){
    A=h_awal[l_min]; B=h_awal[l_min+1];
} else if (l_min==nh){
```

Lampiran 20. Syntak Pembobot GWBPIGR (Lanjutan)

```
A=h_awal[l_min-1]; B=h_awal[l_min];
} else {
  A=h_awal[l_min-1]; B=h_awal[l_min+1];
}
selisih=(B0-A0)-(B-A)
iter_b=iter_b+1
cat(paste('Bisquare (Iterasi ke : ',iter_b,', selisih :
',selisih,')\n',sep=""))
}
GCV_bisq=minGCV
h_bisq=h_awal[l_min]

W_bisq=matrix(0,n,n)
for (ii in 1:n)
{ for (jj in 1:n)
{ #Hitung ulang bobot bisquare dg bandwidth terbaik bisquare
  if (d[ii,jj]<=h)
  { W_bisq[ii,jj]=(1-((d[ii,jj]/h_bisq)^2))^2 } else {
    W_bisq[ii,jj]=0 }}}

cat('-----\n')
cat('\n')

cat("2. Adaptive Gaussian\n")
###Bandwidth Adp Gaussian
h_adg=0;GCV_adg=0;iter_t=0;minGCV=0;selisih=1000
A=0.0001;B=max(d)
while ((selisih>0.0001) && (iter_t<=5)) #perlu diganti
iterasinya
{
  h_awal=seq(A,B,by=(B-A)/10)
  nh=length(h_awal)      #membaca banyaknya awalan bandwidth
  GCV=matrix(0,1,nh)     #membuat matrix untuk tempat nilai
GCV
  colnames(GCV)=c(h_awal)
  Wb=matrix(0,n,n)

  for (k in 1:nh)
  {
    h=h_awal[k]
    #rumus bandwidth adaptive gaussian
    Wb=exp((- (d/h)^2))

    for (i in 1:n)
    {
      W=Wb
```

Lampiran 20. Syntak Pembobot GWBPIGR (Lanjutan)

```
W=as.matrix(W[,i]) ; W = as.matrix(W[-i]);
x.gcv=as.matrix(x[-i,]); #menghilangkan data ke-i dari
estimasi
y1.gcv=as.matrix(y1[-i,]); #menghilangkan data y1 ke-i
dari estimasi
y2.gcv=as.matrix(y2[-i,]); #menghilangkan data y2 ke-i
dari estimasi

beta.gcv=try(as.matrix(GWBPIGR(data=cbind(y1.gcv,y2.gcv,x.gcv),
W,i,maxit,eps)$theta))
if(inherits(beta.gcv, "try-error"))
{GCV[k] = GCV[k]+(10^10)} else
{

y1hat.gcv=ceiling(exp(x[i,]%*%as.matrix(beta.gcv[1:p])))
#menghitung y1_hat

y2hat.gcv=ceiling(exp(x[i,]%*%as.matrix(beta.gcv[(p+1):(2*p)])))
) #menghitung y2_hat
GCV[k]=GCV[k]+(n*((abs(y1[i]-y1hat.gcv)+abs(y2[i]-
y2hat.gcv))/(n-sum(beta.gcv))^2)) #menghitung GCV
}
cat(paste0('--- --- i=',i,'/',n,' in k=',k,'/',nh,' in
Adp Gaussian \n'))
}
}
hasilGCV_t=GCV; #menggabungkan nilai bandwidth awal dg
nilai GCV nya
A0=A; B0=B;
minGCV=min(GCV); l_min=which(GCV==minGCV)[1];
if (l_min==1){
A=h_awal[l_min]; B=h_awal[l_min+1];
} else if (l_min==nh){
A=h_awal[l_min-1]; B=h_awal[l_min];
} else {
A=h_awal[l_min-1]; B=h_awal[l_min+1];
}
selisih=(B0-A0)-(B-A)
iter_t=iter_t+1
cat(paste('Adp Gaussian (Iterasi ke : ',iter_t,', selisih :
',selisih,')\n',sep=""))
}
GCV_adg=minGCV
h_adg=h_awal[l_min]

W_adg=matrix(0,n,n)
```

Lampiran 20. Syntak Pembobot GWBPIGR (Lanjutan)

```
#Hitung ulang bobot Adp Gaussian dg bandwidth terbaik Adp
Gaussian
W_adg=exp(-(d/h)^2))
cat('-----\n')
cat('\n')

cat("3. Kernel Gaussian\n")
###Bandwidth Gaussian
h_gaus=0;GCV_gaus=0;iter_g=0;minGCV=0;selisih=1000
A=0.0001;B=max(d)
while ((selisih>0.0001) && (iter_g<=5)) #perlu diganti
iterasinya
{
  h_awal=seq(A,B,by=(B-A)/10)
  nh=length(h_awal)      #membaca banyaknya awalan bandwidth
  GCV=matrix(0,1,nh)      #membuat matrix untuk tempat nilai
GCV
  colnames(GCV)=c(h_awal)
  Wb=matrix(0,n,n)

  for (k in 1:nh)
  {
    h=h_awal[k]
    #Rumus bandwidth gaussian
    Wb=exp(-0.5*((d/h)^2))

    for (i in 1:n)
    {
      W=Wb
      W=as.matrix(W[,i]) ; W = as.matrix(W[-i]);
      x.gcv=as.matrix(x[-i,]); #menghilangkan data ke-i dari
estimasi
      y1.gcv=as.matrix(y1[-i,]); #menghilangkan data y1 ke-i
dari estimasi
      y2.gcv=as.matrix(y2[-i,]); #menghilangkan data y2 ke-i
dari estimasi

      beta.gcv=try(as.matrix(GWBPIGR(data=cbind(y1.gcv,y2.gcv,x.gcv),
W,i,maxit,eps)$theta))
      if(inherits(beta.gcv, "try-error"))
      {GCV[k] = GCV[k]+(10^10)} else
      {
        y1hat.gcv=ceiling(exp(x[i,]%*%as.matrix(beta.gcv[1:p])))
        #menghitung y1_hat
      }
    }
  }
}
```


Lampiran 20. Syntak Pembobot GWBPIGR (Lanjutan)

```
y2hat.gcv=ceiling(exp(x[i,]%*%as.matrix(beta.gcv[(p+1):(2*p)])))
) #menghitung y2_hat
      GCV[k]=GCV[k]+(n*((abs(y1[i]-y1hat.gcv)+abs(y2[i]-
y2hat.gcv)))/(n-sum(beta.gcv)^2)) #menghitung GCV
    }
    cat(paste0('--- --- i=',i,'/',n,' in k=',k,'/',nh,' in
Gaussian \n'))
  }
}
hasilGCV_g=GCV; #menggabungkan nilai bandwidth awal dg
nilai GCV nya
A0=A; B0=B;
minGCV=min(GCV); l_min=which(GCV==minGCV)[1];
if (l_min==1){
  A=h_awal[l_min]; B=h_awal[l_min+1];
} else if (l_min==nh){
  A=h_awal[l_min-1]; B=h_awal[l_min];
} else {
  A=h_awal[l_min-1]; B=h_awal[l_min+1];
}
selisih=(B0-A0)-(B-A)
iter_g=iter_g+1
cat(paste('Gaussian (Iterasi ke : ',iter_g,', selisih :
',selisih,')\n',sep=""))
}
GCV_gaus=minGCV
h_gaus=h_awal[l_min]

W_gaus=matrix(0,n,n)
#Hitung ulang bobot gaussian dg bandwidth terbaik gaussian
W_gaus=exp(-0.5*((d/h_gaus)^2))

cat('-----\n')
cat('\n')

cat("4. Kernel Adaptive Bisquare\n")
###Bandwidth Adaptive Bisquare
h_ab=rep(0,n);GCV_ab=0;GCVmin=rep(0,n)
for (i in 1:n)
{
  A=0.0001
  B=max(d)
  iter_ab=0
  minGCV=0
```

Lampiran 20. Syntak Pembobot GWBPIGR (Lanjutan)

```
selisih=1000
while ((selisih>0.0001) && (iter_ab<=5)) #perlu diganti
iterasinya
{
  h_awal=seq(A,B,by=(B-A)/10)
  nh=length(h_awal) #membaca banyaknya awalan bandwidth
  GCV=matrix(0,1,nh) #membuat matrix untuk tempat nilai
GCV
  colnames(GCV)=c(h_awal)
  Wb=matrix(0,n,n)

  for (k in 1:nh)
  {
    h=h_awal[k]
    for (ii in 1:n)
    { for (jj in 1:n)
      { #Rumus bandwidth adaptive bisquare
        if (d[ii,jj]<=h)
        { Wb[ii,jj]=(1-((d[ii,jj]/h)^2))^2 } else {
          Wb[ii,jj]=0 }}}

    W=Wb
    W=as.matrix(W[,i]) ; W = as.matrix(W[-i]);
    x.gcv=as.matrix(x[-i,]); #menghilangkan data ke-i dari
estimasi
    y1.gcv=as.matrix(y1[-i,]); #menghilangkan data y1 ke-i
dari estimasi
    y2.gcv=as.matrix(y2[-i,]); #menghilangkan data y2 ke-i
dari estimasi

    beta.gcv=try(as.matrix(GWBPIGR(data=cbind(y1.gcv,y2.gcv,x.gcv),
W,i,maxit,eps)$theta))
    if(inherits(beta.gcv, "try-error"))
    {GCV[k] = GCV[k]+(10^10)} else
    {

y1hat.gcv=ceiling(exp(x[i,]%*%as.matrix(beta.gcv[1:p])))
#menghitung y1_hat

y2hat.gcv=ceiling(exp(x[i,]%*%as.matrix(beta.gcv[(p+1):(2*p)])))
) #menghitung y2_hat
    GCV[k]=GCV[k]+(n*((abs(y1[i]-y1hat.gcv)+abs(y2[i]-
y2hat.gcv))/(n-sum(beta.gcv))^2)) #menghitung GCV
    }
    cat(paste0('--- --- i=',i,'/',n,' in k=',k,'/',nh,' in
Adaptive Bisquare \n'))
  }
}
```

Lampiran 20. Syntak Pembobot GWBPIGR (Lanjutan)

```
    hasilGCV_ab=GCV; #menggabungkan nilai bandwidth awal dg
nilai GCV nya
    A0=A; B0=B;
    minGCV=min(GCV); l_min=which(GCV==minGCV)[1];
    if (l_min==1){
      A=h_awal[l_min]; B=h_awal[l_min+1];
    } else if (l_min==nh){
      A=h_awal[l_min-1]; B=h_awal[l_min];
    } else {
      A=h_awal[l_min-1]; B=h_awal[l_min+1];
    }
    selisih=(B0-A0)-(B-A)
    iter_ab=iter_ab+1
    if (iter_ab==1){cat(paste('Adaptive Bisquare (daerah ke :
',i,', iterasi ke : ',iter_ab,', selisih :
',selisih,')\n',sep=""))} else {
      cat(paste('--- Adaptive Bisquare (daerah ke : ',i,',
iterasi ke : ',iter_ab,', selisih : ',selisih,')\n',sep=""))}

  }
  hasilGCV_ab=cbind(as.matrix(h_awal),as.matrix(c(GCV)));
#menggabungkan nilai bandwidth awal dg nilai GCV nya
  hasilGCV_ab=hasilGCV_ab[order(hasilGCV_ab[,2]),]
  GCVmin[i]=hasilGCV_ab[1,2]
  h_ab[i]=hasilGCV_ab[1,1]
}
hasilGCV_ab=data.frame(GCV); #menggabungkan nilai bandwidth
awal dg nilai GCV nya

GCV_ab=sum(GCVmin)
h_ab=h_ab

W_ab=matrix(0,n,n)
#Hitung ulang bobot ad.bisquare dg bandwidth terbaik
ad.bisquare
for (i in 1:n)
{ for (j in 1:n)
{ #Rumus bandwidth bisquare
  if (d[i,j]<=h_ab[i])
  { W_ab[i,j]=(1-((d[i,j]/h_ab[i])^2))^2 } else {
    W_ab[i,j]=0 }}}

  cat('-----\n')
  cat('\n')

  decide_GCV=c(GCV_bisq,GCV_adg,GCV_gaus,GCV_ab)
```

Lampiran 20. Syntak Pembobot GWBPIGR (Lanjutan)

```
if (which(decide_GCV==min(decide_GCV))==1)
{
best=data.frame(Kernel=c('Bisquare'),Bandwidth=h_bisq,GCV=GCV_b
isq)
W=W_bisq
} else if (which(decide_GCV==min(decide_GCV))==2)
{
best=data.frame(Kernel=c('Adp
Gaussian'),Bandwidth=h_adg,GCV=GCV_adg)
W=W_adg
} else if (which(decide_GCV==min(decide_GCV))==3)
{
best=data.frame(Kernel=c('Gaussian'),Bandwidth=h_gaus,GCV=GCV_g
aus)
W=W_gaus
} else if (which(decide_GCV==min(decide_GCV))==4)
{
best=data.frame(Kernel=c('Adaptive
Bisquare'),Bandwidth=h_ab,GCV=GCV_ab)
W=W_ab
}

end.time=Sys.time()
cat('Hasil iterasi pembobot :','\n')

result=data.frame(Kernel=c('Bisquare','Adp
Gaussian','Gaussian','Adaptive Bisquare'),
Bandwidth=c(h_bisq,h_adg,h_gaus,"Vector"),
GCV=c(GCV_bisq,GCV_adg,GCV_gaus,GCV_ab))

print(result)

cat(paste('Best Kernel = ',best[1,1],'\n'))
cat(paste('Bandwidth = ', best[1,2],'\n'))
if (best[1,1]=="Adaptive Bisquare")
{print(h_ab)}

cat(paste('GCV = ',best[1,3],'\n'))
processing_time=as.numeric(end.time)-as.numeric(start.time)
cat('Processing time : ',paste(round((as.numeric(end.time)-
as.numeric(start.time))/60,2),' mins\n'))

list(W=W,info=list(hasil=result,bandwidth_adaptive_bisquare=h_a
b,processing_time_in_seconds=processing_time))
}
```

Lampiran 20. Syntak Pembobot GWBPIGR (Lanjutan)

```
##Load Data
data0 = read.csv("E:/Dokumen/S2/Semester 4/1.Tesis/Pengolahan
Data/SKRIP GWBPIGR/DATA MGWBPIGR1.csv",header=TRUE,sep=";");
data0 = data.frame(data0) #Ganti sesuai tempat menaruh file
coord = as.matrix(data0[,c(ncol(data0)-1,ncol(data0))])
data = as.matrix(data0[, -c(ncol(data0)-1,ncol(data0))])
y1 = as.matrix((data[,1]))
y2 = as.matrix((data[,2]))
n = nrow(data)
x0 = as.matrix(data[, -c(1,2)])
x = as.matrix(cbind(rep(1,n),(data[, -c(1,2)])));
colnames(x) = c("Satuan",colnames(x)[2:ncol(x)])
data1 = cbind(y1,y2,x)
U = as.matrix(coord[,1])
V = as.matrix(coord[,2])

colnames(x0)

head(x)
##Parameter iterasi (bisa diganti)
epsilon = 0.001
max.iterasi = 10

#x1 x2 x4

source('E:/Dokumen/S2/Semester 4/1.Tesis/Pengolahan Data/SKRIP
GWBPIGR/source pembobot.R') #Ganti sesuai tempat menaruh file
#run_pembobot = pembobot(y1,y2,x,coord,0.1,max.iterasi)
#w = run_pembobot$w
#info_pembobot = run_pembobot$info
#write.csv(w, "D:/Dokumen/S2/Semester 4/1.Tesis/Pengolahan
Data/SKRIP GWBPIGR/pembobot 1-5-18.csv")
#w=read.csv("pembobot fix.csv")
w=read.csv("E:/Dokumen/S2/Semester 4/1.Tesis/Pengolahan
Data/pembobot.csv")

p = ncol(x)
Koefisien =
matrix(0,ncol=2*p+1,nrow=n);colnames(Koefisien)=c(paste0("Beta1
",c(0:(ncol(x)-1))),paste0("Beta2",c(0:(ncol(x)-
1))), "tau");rownames(Koefisien)=paste0("Lokasi_",c(1:n))
Std.Error =
matrix(0,ncol=2*p+1,nrow=n);colnames(Std.Error)=c(paste0("Beta1
",c(0:(ncol(x)-1))),paste0("Beta2",c(0:(ncol(x)-
1))), "tau");rownames(Std.Error)=paste0("Lokasi_",c(1:n))
```

Lampiran 20. Syntak Pembobot GWBPIGR (Lanjutan)

```
",c(0:(ncol(x)-1))),paste0("Beta2",c(0:(ncol(x)-
1))), "tau");rownames(Std.Error)=paste0("Lokasi_",c(1:n))
Z.Value      =
matrix(0,ncol=2*p+1,nrow=n);colnames(Z.Value)=c(paste0("Beta1",
c(0:(ncol(x)-1))),paste0("Beta2",c(0:(ncol(x)-
1))), "tau");rownames(Z.Value)=paste0("Lokasi_",c(1:n))
P.Value      =
matrix(0,ncol=2*p+1,nrow=n);colnames(P.Value)=c(paste0("Beta1",
c(0:(ncol(x)-1))),paste0("Beta2",c(0:(ncol(x)-
1))), "tau");rownames(P.Value)=paste0("Lokasi_",c(1:n))
inv.hes      =
matrix(0,ncol=2*p+1,nrow=n);colnames(P.Value)=c(paste0("Beta1",
c(0:(ncol(x)-1))),paste0("Beta2",c(0:(ncol(x)-
1))), "tau");rownames(P.Value)=paste0("Lokasi_",c(1:n))
Converged    =
matrix(0,ncol=1,nrow=n);rownames(Converged)=paste0("Lokasi_",c(
1:n))
Iterasi      =
matrix(0,ncol=1,nrow=n);rownames(Iterasi)=paste0("Lokasi_",c(1:
n))
miu1         =
matrix(0,ncol=1,nrow=n);rownames(miu1)=paste0("Lokasi_",c(1:n))
miu2         =
matrix(0,ncol=1,nrow=n);rownames(miu2)=paste0("Lokasi_",c(1:n))
error1       =
matrix(0,ncol=1,nrow=n);rownames(error1)=paste0("Lokasi_",c(1:n
))
error2       =
matrix(0,ncol=1,nrow=n);rownames(error2)=paste0("Lokasi_",c(1:n
))

x00          = as.matrix(rep(1,n))
data10       = cbind(y1,y2,x00)

p0           = ncol(x00)
Koefisien0   =
matrix(0,ncol=2*p0+1,nrow=n);colnames(Koefisien0)=c("Beta1","Be
ta2", "tau");rownames(Koefisien0)=paste0("Lokasi_",c(1:n))
Std.Error0   =
matrix(0,ncol=2*p0+1,nrow=n);colnames(Std.Error0)=c("Beta1","Be
ta2", "tau");rownames(Std.Error0)=paste0("Lokasi_",c(1:n))
Z.Value0     =
matrix(0,ncol=2*p0+1,nrow=n);colnames(Z.Value0)=c("Beta1","Beta
2", "tau");rownames(Z.Value0)=paste0("Lokasi_",c(1:n))
P.Value0     =
matrix(0,ncol=2*p0+1,nrow=n);colnames(P.Value0)=c("Beta1","Beta
2", "tau");rownames(P.Value0)=paste0("Lokasi_",c(1:n))
```

Lampiran 20. Syntak Pembobot GWBPIGR (Lanjutan)

```
Converged0 =  
matrix(0,ncol=1,nrow=n);rownames(Converged0)=paste0("Lokasi_",c  
(1:n))  
Iterasi0 =  
matrix(0,ncol=1,nrow=n);rownames(Iterasi0)=paste0("Lokasi_",c(1  
:n))  
miu10 =  
matrix(0,ncol=1,nrow=n);rownames(miu10)=paste0("Lokasi_",c(1:n  
)  
)  
miu20 =  
matrix(0,ncol=1,nrow=n);rownames(miu20)=paste0("Lokasi_",c(1:n  
)  
)  
error10 =  
matrix(0,ncol=1,nrow=n);rownames(error10)=paste0("Lokasi_",c(1:  
n))  
error20 =  
matrix(0,ncol=1,nrow=n);rownames(error20)=paste0("Lokasi_",c(1:  
n))  
  
Serentak =  
matrix(0,ncol=3,nrow=1);colnames(Serentak)=c("G", "Chi-  
Table", "P.Value")  
Parsial = list()  
  
#p = 5  
for (l in 1:n)  
{  
  cat(paste0('Lokasi ke-',l,"\n"))  
  
  ## beta1 dan beta2  
  #Ambil Hasil Iterasi  
  Hasil_GW = GWBPIGR(data1,w[,l],l,max.iterasi,0.1)  
  Converged[l] = t(Hasil_GW$converged)  
  Iterasi[l] = t(Hasil_GW$iterasi)  
  
  #Uji parsial  
  Koefisien[l,] = t(Hasil_GW$theta)  
  Std.Error[l,] = t(Hasil_GW$std.error)  
  Z.Value[l,] = t(Hasil_GW$z.value)  
  P.Value[l,] = t(Hasil_GW$p.value)  
  inv.hes[l,] = t(Hasil_GW$inv.hes)  
  beta1 = as.matrix(Koefisien[l,1:p])  
  beta2 = as.matrix(Koefisien[l,(p+1):(2*p)])  
  miu1[l] = round(exp(x[l,]%*%beta1))  
  miu2[l] = round(exp(x[l,]%*%beta2))
```

Lampiran 20. Syntak Pembobot GWBPIGR (Lanjutan)

```
if (l!=1 & l!=2 & l!=3 & l!=4 & l!=5 & l!=6 & l!=7 & l!=8 &
l!=9 & l!=10 & l!=11 & l!=12 & l!=13 & l!=14 & l!=15 & l!=16 &
l!=17 & l!=18 & l!=19 & l!=20 & l!=21 & l!=22 & l!=23 & l!=24 &
l!=25 & l!=26 & l!=27 & l!=28 & l!=29 & l!=30 & l!=31) {

  ## beta10 dan beta20
  #Ambil Hasil Iterasi
  Hasil_GW0      = GWBPIGR(data10,w[,l],l,max.iterasi,0.01)
  Converged0[l]   = t(Hasil_GW0$converged)
  Iterasi0[l]     = t(Hasil_GW0$iterasi)

  #Uji parsial
  Koefisien0[l,] = t(Hasil_GW0$theta)
  Std.Error0[l,] = t(Hasil_GW0$std.error)
  Z.Value0[l,]   = t(Hasil_GW0$z.value)
  P.Value0[l,]   = t(Hasil_GW0$p.value)
  beta10         = as.matrix(Koefisien0[l,1])
  beta20         = as.matrix(Koefisien0[l,2])
  miu10[l]       = round(exp(beta10))
  miu20[l]       = round(exp(beta20))

}
}
```


Lampiran 21. Output Pemilihan Pembobot Terbaik

```
Hasil iterasi pembobot :  
      Kernel Bandwidth      GCV  
1      Bisquare      1e-04      1.000000e+10  
2      Gaussian      1e-04      1.136595e+01  
3 Adaptive Gaussian      1e-04      1.136595e+01  
4 Adaptive Bisquare      Vector      7.218831e+00  
  
Best Kernel = Adaptive Bisquare  
Bandwidth = 0.0195411628486107  
[1] 0.01954116 0.04384262 0.04303257  
[4] 0.00010000 0.05680339 0.03007179  
[7] 0.00010000 0.00010000 0.03898233  
[10] 0.00010000 0.00010000 0.00010000  
[13] 0.12646756 0.00010000 0.10702640  
[16] 0.05032300 0.12565751 0.00010000  
[19] 0.01306078 0.00010000 0.00010000  
[22] 0.17102022 0.03412203 0.01063063  
[25] 0.01387082 0.00010000 0.01346580  
[28] 0.03655218 0.00010000 0.00010000  
[31] 0.10297615  
GCV = 7.21883146446518  
Processing time : 59.01 mins
```

Lampiran 22. Output Matrik Pembobot Terbaik

No.	V1	V2	V3	...	V29	V30	V31
1	1.0000	0.4129	0.0000	...	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.8630	1.0000	0.9079	...	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.6029	0.9045	1.0000	...	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.0000	0.0000	0.0000
5	0.0208	0.1361	0.1192	...	0.0000	0.0000	0.0000
6	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.0000	0.0000	0.0000
7	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.0000	0.0000	0.0000
8	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.0000	0.0000	0.0000
9	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.0000	0.0000	0.0000
10	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.0000	0.0000	0.0000
11	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.0000	0.0000	0.0000
12	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.0000	0.0000	0.0000
13	0.9705	0.9167	0.8691	...	0.5248	0.2895	0.0299
14	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.0000	0.0000	0.0000
15	0.4963	0.3322	0.2337	...	0.4540	0.7154	0.3133
16	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.0158	0.2799	0.0000
17	0.6269	0.5216	0.4055	...	0.9852	0.3826	0.1053
18	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.0000	0.0000	0.0000
19	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.0000	0.0000	0.0000
20	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.0000	0.0000	0.0000
21	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.0000	0.0000	0.0000
22	0.4522	0.4004	0.3229	...	0.8979	0.3123	0.1530
23	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.0000	0.0000	0.0000
24	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.0000	0.0000	0.0000
25	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.0000	0.0000	0.0000
26	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.0000	0.0000	0.0000
27	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.6474	0.0000	0.0000
28	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.2569	0.0000	0.0000
29	0.0000	0.0000	0.0000	...	1.0000	0.0000	0.0000
30	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.0000	1.0000	0.0000
31	0.0000	0.0000	0.0000	...	0.0000	0.8458	1.0000

Lampiran 23. Syntax Uji Serentak dan Uji Parsial GWBPIGR

```
uji_sekar = function(data,koef,koef0,bobot) {
  data=data.frame(data)
  p = ncol(data[, -c(1:3)])
  n=nrow(data)
  y1=as.matrix(data[,1])
  y2=as.matrix(data[,2])
  Y1 <- as.matrix(y1)
  Y2 <- as.matrix(y2)
  Y <- cbind(Y1,Y2)
  pers4 <- rep(0,n)
  pers3 <- rep(0,n)
  pers2 <- rep(0,n)
  Myduga <- matrix(0, nrow = n, ncol = n)
  Myom <- matrix(0, nrow = n, ncol = n)

  for (l in 1:n) {
    xduga=as.matrix(data[, -c(1,2)])
    xom=as.matrix(data[,3])
    if (l!=11) {
      cat(paste0('Lokasi ke-',l,"\n"))

      b1om <- koef0[l,1]
      b2om <- koef0[l,2]
      beta1om <- cbind(b1om,b2om)
      tom <- koef0[l,3]
      b1duga <- as.matrix(koef[l,1:(p+1)])
      b2duga <- as.matrix(koef[l,(p+2):(2*(p+1))])
      beta1duga <- as.matrix(cbind(b1duga,b2duga))
      tduga <- as.matrix(koef[l,length(koef[l,])])

      for(i in 1:n){

        sumxb <- 0
        sumfact <- 0
        sumfact2 <- 0

        for(j in 1:2){
          sumxb1 <- sumxb + (exp(xduga[i,] %*% beta1duga[,j]))
          sumxb <- sumxb1
        }

        for (m in 0:(Y[i,1]+Y[i,2])){
          kurung <- ((2/tduga)*sqrt(1+(2*tduga*sumxb)))^(-m)
          sumfact1 <- sumfact +
            ((factorial(Y[i,1]+Y[i,2]+m)/
              ((factorial(Y[i,1]+Y[i,2]-
m))*factorial(m))))*kurung)
          sumfact <- sumfact1
        }
      }
    }
  }
}
```

Lampiran 23. Syntax Uji Serentak dan Uji Parsial GWBPIGR (Lanjutan)

```
}

for (m in 0:abs((Y[i,1]+Y[i,2]-1))){
  kurung <- ((2/tduga)*sqrt(1+(2*tduga*sumxb)))^(-m)
  sumfact2.1 <- sumfact2 +
    ((factorial(abs(Y[i,1]+Y[i,2]-1)+m)/
      (factorial(abs(Y[i,1]+Y[i,2]-1)-
m)*factorial(m))))*kurung)
  sumfact2 <- sumfact2.1
}

Myduga[i,1] <-
(1/sqrt(1+(2*tduga*sumxb)))*(sumfact/sumfact2)
}

for(i in 1:n){
  sumxb <- 0
  sumfact <- 0
  sumfact2 <- 0

  for(j in 1:2){
    sumxb1 <- sumxb + (exp(xom[i,] %%% beta1om[,j]))
    sumxb <- sumxb1
  }

  for (m in 0:(Y[i,1]+Y[i,2])){
    kurung <- ((2/tom)*sqrt(1+(2*tom*sumxb)))^(-m)
    sumfact1 <- sumfact +
      ((factorial(Y[i,1]+Y[i,2]+m)/
        ((factorial(Y[i,1] + Y[i,2]+m))*
          factorial(m))))*kurung)
    sumfact <- sumfact1
  }

  for (m in 0:abs((Y[i,1]+Y[i,2]-1))){
    kurung <- (((2/tom)*sqrt(1+(2*tom*sumxb)))^(-m))
    sumfact2.1 <- sumfact2 +
      ((factorial(abs(Y[i,1]+Y[i,2]-1)+m)/
        (factorial(abs(Y[i,1]+Y[i,2]-1)-m)*
          factorial(m))))*kurung)
    sumfact2 <- sumfact2.1
  }

  Myom[i,1] <-
(1/sqrt(1+(2*tom*sumxb)))*(sumfact/sumfact2)
}
```

Lampiran 23. Syntax Uji Serentak dan Uji Parsial GWBPIGR (Lanjutan)

```
for(i in 1:n){
  sumymin1 <- 0
  sumxbduga <- 0
  sumxbom <- 0

  for(j in 1:2){
    sumymin1.2 <- sumymin1 + (Y[i,j]-1)
    sumymin1 <- sumymin1.2
  }

  depan <- (2*sumymin1)/4

  for(j in 1:2){
    sumxbduga1 <- sumxbduga +
      exp(t(xduga[i,]) %*% beta1duga[,j])
    sumxbduga <- sumxbduga1
  }

  atas <- 1+(2*tduga %*% sumxbduga)

  for(j in 1:2){
    sumxbom1 <- sumxbom + exp(beta1om[,j])
    sumxbom <- sumxbom1
  }

  bawah <- 1+(2*tom*sumxbom)
  pers2.1 <- pers2[1] + (depan*log(atas/bawah))
  pers2[1] <- pers2.1
}

for(i in 1:n){
  for(j in 1:2){
    pers3.1 <- pers3[1] +
      (Y[i,j] %*% t(xduga[i,]) %*% beta1duga[,j])
    pers3[1] <- pers3.1
  }
}

for(i in 1:n){
  for(j in 1:2){
    pers4.1 <- pers4[1] + (Y[i,j] * beta1om[,j])
    pers4[1] <- pers4.1
  }
}
```

Lampiran 23. Syntax Uji Serentak dan Uji Parsial GWBPIGR (Lanjutan)

```
}
}
Kzom <- sum(log(Myom[, -11]))
Kzduga <- sum(log(Myduga[, -11]))
pers2 = sum(pers2[-11])
pers3 = sum(pers3[-11])
pers4 = sum(pers4[-11])
likelihood <- 2*((n/tduga)-(n/tom)+((n/2)*log(tom/tduga))+
               Kzduga-Kzom-pers2+pers3-pers4)

pvalue <- pchisq(likelihood,
                 10 , ncp = 0, lower.tail = FALSE, log.p =
FALSE)
chisqtable <- qchisq(0.95,10)
Serentak[1,1] <- likelihood
Serentak[1,2] <- chisqtable
Serentak[1,3] <- pvalue

return(list(Serentak = Serentak))
}

hasilSer = uji_sekar(data1, koef = Koefisien, koef0 =
Koefisien0, bobot = w)
hasilSer

data=data.frame(data1[, -3])
p = ncol(data[, -c(1:2)])
n=nrow(data)
y1=as.matrix(data[,1])
y2=as.matrix(data[,2])
Y1 <- as.matrix(y1)
Y2 <- as.matrix(y2)
Y <- cbind(Y1,Y2)

for (l in 1:n)
{
  #Hasil Bx
  beta1      = as.matrix(Koefisien[l,1:(p+1)])
  beta2      = as.matrix(Koefisien[l,(p+2):(2*p+2)])
  miu1[l]    = round(exp(x[l,]%*%beta1))
  miu2[l]    = round(exp(x[l,]%*%beta2))
  error1[l]  = y1[l]-miu1[l]
  error2[l]  = y2[l]-miu2[l]
}
Bx = data.frame(y1,y1.hat=miu1,error1,y2,y2.hat=miu2,error2)

for (l in 1:n)
{
```

Lampiran 23. Syntax Uji Serentak dan Uji Parsial GWBPIGR (Lanjutan)

```
#Hasil B0
beta1      = as.matrix(Koefisien0[1,1])
beta2      = as.matrix(Koefisien0[1,2])
miu1[1]    = round(exp(x[1,]%*%beta1))
miu2[1]    = round(exp(x[1,]%*%beta2))
error1[1]  = y1[1]-miu1[1]
error2[1]  = y2[1]-miu2[1]
}
B0 = data.frame(y1,y1.hat=miu1,error1,y2,y2.hat=miu2,error2)

for (l in 1:n)
{
  Pars      =
cbind(Koefisien[l,],Std.Error[l,],Z.Value[l,],P.Value[l,]);
colnames(Pars)=c("Koefisien","Std.Error","Z","P-Value")
  Parsial[l] = list(Pars)
}
Parsial
```

Lampiran 24. Hasil Uji Serentak untuk Model GWBPIGR

G	Chisq. Table	P.Value
25399581	18.3070380532751	0.000

Lampiran 25. Hasil Uji Parsial untuk Model GWBPIGR

Lokasi Pertama (Karang Pilang)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.790917	0.000421	6627.423	0.0000
Beta11	-0.04713	0.000414	-113.773	0.0000
Beta12	0.018579	0.000128	144.591	0.0000
Beta13	-0.00393	0.00016	-24.4881	0.0000
Beta14	-0.01809	8.57E-05	-211.224	0.0000
Beta15	-0.0015	0.000184	-8.19126	0.0000
Beta20	4.017466	0.00049	8201.444	0.0000
Beta21	0.373074	0.000489	763.0148	0.0000
Beta22	-0.1041	0.000438	-237.713	0.0000
Beta23	0.066063	0.000431	153.1546	0.0000
Beta24	-0.00881	0.00045	-19.5867	0.0000
Beta25	-0.01731	0.000464	-37.2883	0.0000
tau	0.086653	1.04E-09	83219943	0.0000

Lokasi Kedua (Jambangan)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.79014	0.00044	6342.341	0.0000
Beta11	-0.04789	0.000433	-110.521	0.0000
Beta12	0.019247	0.000152	126.2512	0.0000
Beta13	-0.00299	0.0002	-14.9903	0.0000
Beta14	-0.01791	0.000101	-177.216	0.0000
Beta15	-0.00175	0.000205	-8.56585	0.0000
Beta20	4.017176	0.000527	7619.73	0.0000
Beta21	0.372792	0.000526	708.8495	0.0000
Beta22	-0.10387	0.00045	-230.709	0.0000
Beta23	0.066404	0.000439	151.1784	0.0000
Beta24	-0.00872	0.000468	-18.6202	0.0000
Beta25	-0.01737	0.00049	-35.4554	0.0000
tau	0.08051	2.23E-09	36050995	0.0000

Lampiran 25. Hasil Uji Parsial untuk Model GWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Ketiga (Gayungan)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.789514	0.000479	5825.076	0.0000
Beta11	-0.04851	0.000472	-102.689	0.0000
Beta12	0.019811	0.000184	107.786	0.0000
Beta13	-0.00212	0.00025	-8.50074	0.0000
Beta14	-0.01773	0.000119	-148.39	0.0000
Beta15	-0.00213	0.000244	-8.72725	0.0000
Beta20	4.016848	0.000593	6772.741	0.0000
Beta21	0.372472	0.000591	629.9405	0.0000
Beta22	-0.10363	0.000483	-214.564	0.0000
Beta23	0.066763	0.000466	143.1733	0.0000
Beta24	-0.00863	0.000509	-16.9554	0.0000
Beta25	-0.01747	0.000541	-32.2754	0.0000
tau	0.077965	2.32E-09	33569876	0.0000

Lokasi Keempat (Wonocolo)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.797162	0.000163	17146.02	0.0000
Beta11	-0.04056	0.000163	-248.089	0.0000
Beta12	0.000339	0.000146	2.323536	0.0202
Beta13	-0.04856	0.000127	-382.899	0.0000
Beta14	-0.01	0.000168	-59.5942	0.0000
Beta15	0.040479	0.0002	202.3559	0.0000
Beta20	4.016426	0.000392	10251.72	0.0000
Beta21	0.372554	0.000391	952.0095	0.0000
Beta22	-0.11131	0.000396	-280.886	0.0000
Beta23	0.058093	0.000397	146.4011	0.0000
Beta24	-0.00466	0.000387	-12.0336	0.0000
Beta25	-0.005	0.00038	-13.1408	0.0000
tau	0.017437	1.85E-09	9435329	0.0000

Lampiran 25. Hasil Uji Parsial untuk Model GWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Kelima (Tenggilis Mejoyo)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.790246	0.000592	4712.81	0.0000
Beta11	-0.0478	0.000585	-81.687	0.0000
Beta12	0.019297	0.000208	92.84029	0.0000
Beta13	-0.0028	0.000285	-9.81558	0.0000
Beta14	-0.01815	0.000162	-112.23	0.0000
Beta15	-0.00196	0.000312	-6.27759	0.0000
Beta20	4.01693	0.000651	6169.75	0.0000
Beta21	0.372548	0.000649	573.9373	0.0000
Beta22	-0.1039	0.000531	-195.818	0.0000
Beta23	0.066447	0.000513	129.5789	0.0000
Beta24	-0.00885	0.000561	-15.781	0.0000
Beta25	-0.01753	0.000592	-29.6003	0.0000
tau	0.073293	9.74E-10	75249839	0.0000

Lokasi Keenam (Gunung Anyar)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.789375	0.000536	5201.23	0.0000
Beta11	-0.04869	0.000533	-91.3832	0.0000
Beta12	0.020834	0.00035	59.46026	0.0000
Beta13	0.000378	0.000546	0.692382	0.4887
Beta14	-0.01932	0.000265	-72.8117	0.0000
Beta15	-0.00381	0.000423	-9.00553	0.0000
Beta20	4.015327	0.000881	4556.663	0.0000
Beta21	0.370986	0.000876	423.6789	0.0000
Beta22	-0.10255	0.00051	-200.981	0.0000
Beta23	0.068525	0.00044	155.7675	0.0000
Beta24	-0.00847	0.000619	-13.678	0.0000
Beta25	-0.01793	0.000718	-24.9805	0.0000
tau	0.035862	1.91E-09	18747577	0.0000

Lampiran 25. Hasil Uji Parsial untuk Model GWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Ketujuh (Rungkut)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.790894	0.000588	4745.667	0.0000
Beta11	-0.04715	0.000579	-81.4751	0.0000
Beta12	0.018565	0.000208	89.31937	0.0000
Beta13	-0.00344	0.000318	-10.8183	0.0000
Beta14	-0.01841	0.000173	-106.728	0.0000
Beta15	-0.00166	0.000287	-5.78389	0.0000
Beta20	4.017087	0.000614	6544.026	0.0000
Beta21	0.372708	0.000611	610.2695	0.0000
Beta22	-0.10374	0.000445	-233.032	0.0000
Beta23	0.066615	0.000422	157.819	0.0000
Beta24	-0.00868	0.000485	-17.8969	0.0000
Beta25	-0.01732	0.000524	-33.0489	0.0000
tau	0.06159	1.87E-09	32937595	0.0000

Lokasi Kedelapan (Sukolilo)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.79057	0.000516	5408.010051	0.0000
Beta11	-0.04748	0.000509	-93.2562628	0.0000
Beta12	0.018906	0.00017	111.2528421	0.0000
Beta13	-0.00328	0.000237	-13.8773997	0.0000
Beta14	-0.01821	0.000133	-137.325095	0.0000
Beta15	-0.00167	0.000244	-6.82190568	0.0000
Beta20	4.017114	0.000547	7346.191452	0.0000
Beta21	0.372729	0.000545	683.7098757	0.0000
Beta22	-0.10395	0.000449	-231.738648	0.0000
Beta23	0.066353	0.000434	152.7967282	0.0000
Beta24	-0.00882	0.000472	-18.674983	0.0000
Beta25	-0.01743	0.000497	-35.0728199	0.0000
tau	0.076419	4.51E-10	169491568.6	0.0000

Lampiran 25. Hasil Uji Parsial untuk Model GWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Kesembilan (Mulyorejo)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.788892	0.000563	4952.528276	0.0000
Beta11	-0.04913	0.000556	-88.3739924	0.0000
Beta12	0.020128	0.000205	97.9574286	0.0000
Beta13	-0.00106	0.000322	-3.28923384	0.0010
Beta14	-0.01806	0.00017	-106.538716	0.0000
Beta15	-0.00192	0.000265	-7.22426037	0.0000
Beta20	4.016108	0.000604	6650.605603	0.0000
Beta21	0.37175	0.000601	618.8957776	0.0000
Beta22	-0.10319	0.00042	-245.533699	0.0000
Beta23	0.067545	0.000393	171.9370355	0.0000
Beta24	-0.00857	0.000464	-18.4644046	0.0000
Beta25	-0.0176	0.000509	-34.601512	0.0000
tau	0.071684	6.48E-10	110594385.9	0.0000

Lokasi Kesepuluh (Gubeng)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.789829	0.000512	5451.030121	0.0000
Beta11	-0.04819	0.000503	-95.7530343	0.0000
Beta12	0.019352	0.000164	118.1466373	0.0000
Beta13	-0.00262	0.000234	-11.1944971	0.0000
Beta14	-0.01793	0.000123	-145.220519	0.0000
Beta15	-0.00157	0.000219	-7.16703686	0.0000
Beta20	4.016776	0.000514	7808.634849	0.0000
Beta21	0.372401	0.000512	726.9461398	0.0000
Beta22	-0.10376	0.000402	-257.911345	0.0000
Beta23	0.066651	0.000387	172.2943059	0.0000
Beta24	-0.00875	0.000427	-20.4852458	0.0000
Beta25	-0.01748	0.000454	-38.476599	0.0000
tau	0.084379	8.79E-10	96003297.53	0.0000

Lampiran 25. Hasil Uji Parsial untuk Model GWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Kesebelas (Wonokromo)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.790613	0.000451	6193.893878	0.0000
Beta11	-0.04743	0.000444	-106.810336	0.0000
Beta12	0.018909	0.000119	158.5328653	0.0000
Beta13	-0.00373	0.000137	-27.2510893	0.0000
Beta14	-0.0179	8.05E-05	-222.30068	0.0000
Beta15	-0.00163	0.00021	-7.77871071	0.0000
Beta20	4.017561	0.000487	8245.532396	0.0000
Beta21	0.373168	0.000487	766.7931218	0.0000
Beta22	-0.10408	0.000453	-229.957799	0.0000
Beta23	0.066061	0.000449	147.2409876	0.0000
Beta24	-0.00878	0.000461	-19.0553034	0.0000
Beta25	-0.01725	0.00047	-36.7076586	0.0000
tau	0.08595	2.79E-10	307893816.9	0.0000

Lokasi Kedua Belas (Dukuh Pakis)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.790394	0.00044	6341.779924	0.0000
Beta11	-0.04765	0.000434	-109.760154	0.0000
Beta12	0.019148	0.000138	138.4859128	0.0000
Beta13	-0.00315	0.000182	-17.344704	0.0000
Beta14	-0.01797	0.000102	-176.032028	0.0000
Beta15	-0.00193	0.000232	-8.3064532	0.0000
Beta20	4.017182	0.000483	8315.433295	0.0000
Beta21	0.372796	0.000482	773.4051191	0.0000
Beta22	-0.10402	0.00042	-247.877675	0.0000
Beta23	0.066224	0.000411	161.0203967	0.0000
Beta24	-0.00883	0.000434	-20.3350493	0.0000
Beta25	-0.01745	0.000453	-38.5556122	0.0000
tau	0.08352	5.79E-10	144208703.7	0.0000

Lampiran 25. Hasil Uji Parsial untuk Model GWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Ketiga Belas (Wiyung)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.791163	0.000497	5617.356114	0.0000
Beta11	-0.04689	0.000489	-95.8960561	0.0000
Beta12	0.018426	0.000139	132.8725396	0.0000
Beta13	-0.00416	0.00017	-24.4239821	0.0000
Beta14	-0.01809	9.43E-05	-191.90801	0.0000
Beta15	-0.00161	0.000241	-6.6735377	0.0000
Beta20	4.017479	0.000539	7455.831433	0.0000
Beta21	0.373086	0.000538	693.5385807	0.0000
Beta22	-0.10422	0.000489	-213.287939	0.0000
Beta23	0.065917	0.000483	136.4512709	0.0000
Beta24	-0.00889	0.000499	-17.7909351	0.0000
Beta25	-0.01737	0.000515	-33.7538494	0.0000
tau	0.091615	9.24E-10	99148193.74	0.0000

Lokasi Keempat Belas (Lakarsantri)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.773962	0.003729	743.8825399	0.0000
Beta11	-0.06336	0.003682	-17.2054244	0.0000
Beta12	0.051896	0.000612	84.74698351	0.0000
Beta13	0.030807	0.000765	40.25162601	0.0000
Beta14	0.004411	0.000796	5.544238427	0.0000
Beta15	0.000863	0.002568	0.335869025	0.7370
Beta20	4.033247	0.002154	1872.593748	0.0000
Beta21	0.388924	0.002153	180.6015397	0.0000
Beta22	-0.08505	0.002125	-40.0291216	0.0000
Beta23	0.085436	0.002123	40.23447966	0.0000
Beta24	0.009905	0.002134	4.642331427	0.0000
Beta25	0.000182	0.002146	0.085019913	0.9323
tau	14415.2	6.08E-05	237276395.8	0.0000

Lampiran 25. Hasil Uji Parsial untuk Model GWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Kelima Belas (Sambikerep)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.791557	0.00047	5939.711492	0.0000
Beta11	-0.0465	0.000462	-100.59369	0.0000
Beta12	0.018102	0.000126	144.2202968	0.0000
Beta13	-0.00453	0.000154	-29.417925	0.0000
Beta14	-0.01823	8.69E-05	-209.91815	0.0000
Beta15	-0.00153	0.000229	-6.69923664	0.0000
Beta20	4.017538	0.000509	7892.450669	0.0000
Beta21	0.373142	0.000508	734.1102218	0.0000
Beta22	-0.10433	0.000468	-223.036846	0.0000
Beta23	0.065773	0.000464	141.8695879	0.0000
Beta24	-0.00896	0.000477	-18.7881773	0.0000
Beta25	-0.01739	0.000489	-35.5426655	0.0000
tau	0.09375	4.73E-10	198252786.1	0.0000

Lokasi Keenam Belas (Tandes)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.791498	0.000438	6379.022722	0.0000
Beta11	-0.04656	0.000431	-108.141782	0.0000
Beta12	0.018139	0.00012	150.8658909	0.0000
Beta13	-0.00445	0.000152	-29.3056713	0.0000
Beta14	-0.01826	8.60E-05	-212.300697	0.0000
Beta15	-0.0015	0.000206	-7.28915311	0.0000
Beta20	4.017495	0.000473	8485.075865	0.0000
Beta21	0.3731	0.000473	789.2792008	0.0000
Beta22	-0.10432	0.00043	-242.361847	0.0000
Beta23	0.065797	0.000426	154.5833786	0.0000
Beta24	-0.00897	0.00044	-20.3723225	0.0000
Beta25	-0.0174	0.000452	-38.4735146	0.0000
tau	0.092004	5.40E-10	170441561	0.0000

Lampiran 25. Hasil Uji Parsial untuk Model GWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Ketujuh Belas (Sukomanunggal)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.791111	0.000505	5528.767579	0.0000
Beta11	-0.04694	0.000497	-94.4558678	0.0000
Beta12	0.018449	0.000136	135.8277342	0.0000
Beta13	-0.00406	0.000176	-22.9987819	0.0000
Beta14	-0.01818	0.000104	-174.054929	0.0000
Beta15	-0.00153	0.000233	-6.55608742	0.0000
Beta20	4.01741	0.000487	8254.915768	0.0000
Beta21	0.373018	0.000486	768.0958344	0.0000
Beta22	-0.10418	0.00043	-242.023933	0.0000
Beta23	0.065987	0.000424	155.6861562	0.0000
Beta24	-0.00889	0.000443	-20.0774313	0.0000
Beta25	-0.01738	0.000458	-37.966059	0.0000
tau	0.086846	6.10E-10	142257551.6	0.0000

Lokasi Kedelapan Belas (Sawahan)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.791254	0.000457	6110.920362	0.0000
Beta11	-0.0468	0.00045	-104.092606	0.0000
Beta12	0.018325	0.000124	148.1232218	0.0000
Beta13	-0.00419	0.000162	-25.8692635	0.0000
Beta14	-0.01823	9.56E-05	-190.744616	0.0000
Beta15	-0.00149	0.000208	-7.14731397	0.0000
Beta20	4.017397	0.00044	9127.054231	0.0000
Beta21	0.373004	0.000439	849.2835543	0.0000
Beta22	-0.10423	0.000387	-269.013187	0.0000
Beta23	0.06593	0.000381	172.9413357	0.0000
Beta24	-0.00893	0.000399	-22.3804134	0.0000
Beta25	-0.0174	0.000413	-42.1645127	0.0000
tau	0.088145	1.16E-10	757155631.4	0.0000

Lampiran 25. Hasil Uji Parsial untuk Model GWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Kesembilan Belas (Tegalsari)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.79087	0.000478	5837.316719	0.0000
Beta11	-0.04718	0.000471	-100.076332	0.0000
Beta12	0.018631	0.000127	146.8183014	0.0000
Beta13	-0.00378	0.000171	-22.111493	0.0000
Beta14	-0.01816	0.000105	-173.20767	0.0000
Beta15	-0.00153	0.000217	-7.03550025	0.0000
Beta20	4.017351	0.000437	9195.158422	0.0000
Beta21	0.37296	0.000436	855.6267736	0.0000
Beta22	-0.10408	0.000379	-274.71563	0.0000
Beta23	0.066137	0.000372	177.9273449	0.0000
Beta24	-0.00884	0.000392	-22.5660815	0.0000
Beta25	-0.01735	0.000406	-42.7341529	0.0000
tau	0.082856	5.21E-10	159146339.7	0.0000

Lokasi Kedua Puluh (Genteng)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.790319	0.000473	5893.306497	0.0000
Beta11	-0.04771	0.000466	-102.430439	0.0000
Beta12	0.019058	0.00014	135.9623846	0.0000
Beta13	-0.00328	0.000184	-17.8657006	0.0000
Beta14	-0.01813	0.000111	-163.263272	0.0000
Beta15	-0.00139	0.000191	-7.30819803	0.0000
Beta20	4.017154	0.000465	8644.379588	0.0000
Beta21	0.372769	0.000463	804.4040285	0.0000
Beta22	-0.10398	0.000395	-263.254629	0.0000
Beta23	0.066287	0.000386	171.8286247	0.0000
Beta24	-0.00884	0.000412	-21.4712774	0.0000
Beta25	-0.01739	0.000427	-40.7322541	0.0000
tau	0.080005	8.57E-10	93305572.23	0.0000

Lampiran 25. Hasil Uji Parsial untuk Model GWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Kedua Satu (Tambaksari)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.790586	0.000521	5360.884927	0.0000
Beta11	-0.04743	0.000509	-93.0911919	0.0000
Beta12	0.01876	0.000146	128.1897972	0.0000
Beta13	-0.00348	0.000207	-16.7832622	0.0000
Beta14	-0.01814	0.000121	-149.713387	0.0000
Beta15	-0.00138	0.000213	-6.50233587	0.0000
Beta20	4.01701	0.000454	8839.600552	0.0000
Beta21	0.372634	0.000452	824.4414128	0.0000
Beta22	-0.10399	0.000359	-289.442929	0.0000
Beta23	0.066288	0.000349	189.7698705	0.0000
Beta24	-0.00885	0.000378	-23.3962341	0.0000
Beta25	-0.01743	0.000398	-43.7423534	0.0000
tau	0.08719	2.79E-10	312338008.2	0.0000

Lokasi Kedua Dua (Kenjeran)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.791142	0.000503	5544.033937	0.0000
Beta11	-0.04691	0.000495	-94.7080506	0.0000
Beta12	0.018423	0.000139	132.8139198	0.0000
Beta13	-0.00409	0.000178	-22.9426107	0.0000
Beta14	-0.01823	0.000109	-167.742074	0.0000
Beta15	-0.00146	0.000223	-6.5470528	0.0000
Beta20	4.017353	0.000462	8689.028511	0.0000
Beta21	0.372963	0.000461	808.8624056	0.0000
Beta22	-0.10417	0.000399	-261.366761	0.0000
Beta23	0.066013	0.000391	168.6650446	0.0000
Beta24	-0.00891	0.000413	-21.5740031	0.0000
Beta25	-0.01738	0.000428	-40.6383117	0.0000
tau	0.083271	2.10E-10	396773837.9	0.0000

Lampiran 25. Hasil Uji Parsial untuk Model GWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Kedua Tiga (Bulak)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.790294	0.000609	4584.528498	0.0000
Beta11	-0.04774	0.000599	-79.6571432	0.0000
Beta12	0.019044	0.000184	103.6785018	0.0000
Beta13	-0.00284	0.000285	-9.97541246	0.0000
Beta14	-0.0183	0.000175	-104.306941	0.0000
Beta15	-0.00159	0.000279	-5.69632419	0.0000
Beta20	4.016839	0.000564	7127.366819	0.0000
Beta21	0.372462	0.000561	663.9115334	0.0000
Beta22	-0.10378	0.000428	-242.723031	0.0000
Beta23	0.066642	0.00041	162.4642852	0.0000
Beta24	-0.0088	0.000459	-19.1604576	0.0000
Beta25	-0.01748	0.00049	-35.6663028	0.0000
tau	0.076083	6.32E-10	120328348.5	0.0000

Lokasi Kedua Empat (Simokerto)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.790493	0.000499	5586.773221	0.0000
Beta11	-0.04755	0.000492	-96.6587946	0.0000
Beta12	0.018897	0.000156	121.114023	0.0000
Beta13	-0.00327	0.000221	-14.8434516	0.0000
Beta14	-0.01815	0.000123	-147.770735	0.0000
Beta15	-0.00157	0.000223	-7.02418645	0.0000
Beta20	4.017112	0.000505	7957.722643	0.0000
Beta21	0.372729	0.000503	740.8296096	0.0000
Beta22	-0.10391	0.000411	-252.629053	0.0000
Beta23	0.066401	0.000398	166.7752738	0.0000
Beta24	-0.00879	0.000433	-20.2882717	0.0000
Beta25	-0.0174	0.000456	-38.1638922	0.0000
tau	0.079682	7.72E-10	103186838	0.0000

Lampiran 25. Hasil Uji Parsial untuk Model GWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Kedua Lima (Semampir)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.791146	0.000507	5500.810791	0.0000
Beta11	-0.0469	0.000499	-94.0197128	0.0000
Beta12	0.018412	0.00014	131.2014962	0.0000
Beta13	-0.00409	0.000182	-22.4084933	0.0000
Beta14	-0.01825	0.000111	-163.964401	0.0000
Beta15	-0.00144	0.000222	-6.48856037	0.0000
Beta20	4.01732	0.00046	8727.688779	0.0000
Beta21	0.372931	0.000459	812.6066092	0.0000
Beta22	-0.10417	0.000393	-265.32373	0.0000
Beta23	0.066017	0.000385	171.4178408	0.0000
Beta24	-0.00892	0.000408	-21.8737621	0.0000
Beta25	-0.0174	0.000423	-41.1066915	0.0000
tau	0.08346	4.80E-10	173876738.9	0.0000

Lokasi Kedua Enam (Pabean Cantikan)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.789709	0.000426	6542.224707	0.0000
Beta11	-0.04836	0.000424	-114.026917	0.0000
Beta12	0.01986	0.000129	153.4117473	0.0000
Beta13	-0.00227	0.000171	-13.2956496	0.0000
Beta14	-0.01741	9.72E-05	-179.203346	0.0000
Beta15	-0.00268	0.000274	-9.80771045	0.0000
Beta20	4.017022	0.000447	8979.663312	0.0000
Beta21	0.372636	0.000447	834.4990579	0.0000
Beta22	-0.10373	0.000383	-271.162203	0.0000
Beta23	0.06666	0.000373	178.9394846	0.0000
Beta24	-0.00864	0.000396	-21.8001305	0.0000
Beta25	-0.01753	0.000421	-41.6865104	0.0000
tau	0.080518	5.82E-10	138329158.6	0.0000

Lampiran 25. Hasil Uji Parsial untuk Model GWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Kedua Tujuh (Bubutan)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.790984	0.000458	6095.641665	0.0000
Beta11	-0.04707	0.000452	-104.232159	0.0000
Beta12	0.018561	0.000124	150.2260653	0.0000
Beta13	-0.00391	0.000162	-24.0700822	0.0000
Beta14	-0.01818	9.87E-05	-184.172208	0.0000
Beta15	-0.00155	0.000212	-7.3041203	0.0000
Beta20	4.01745	0.000441	9119.476798	0.0000
Beta21	0.373058	0.00044	848.5123165	0.0000
Beta22	-0.10409	0.000389	-267.52214	0.0000
Beta23	0.066103	0.000383	172.7738115	0.0000
Beta24	-0.00882	0.000401	-22.0000939	0.0000
Beta25	-0.01731	0.000414	-41.8168147	0.0000
tau	0.081973	7.39E-10	110987918.3	0.0000

Lokasi Kedua Delapan (Krembangan)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.791096	0.000507	5503.248271	0.0000
Beta11	-0.04696	0.0005	-93.926013	0.0000
Beta12	0.01848	0.000139	133.1674592	0.0000
Beta13	-0.00407	0.000174	-23.3137883	0.0000
Beta14	-0.01818	0.000105	-172.776774	0.0000
Beta15	-0.00153	0.000233	-6.5393735	0.0000
Beta20	4.017465	0.000488	8232.613296	0.0000
Beta21	0.373072	0.000487	766.0679223	0.0000
Beta22	-0.10412	0.000432	-241.172784	0.0000
Beta23	0.066048	0.000425	155.3864249	0.0000
Beta24	-0.00884	0.000444	-19.8872698	0.0000
Beta25	-0.01731	0.000459	-37.7544476	0.0000
tau	0.08218	2.54E-10	323898104	0.0000

Lampiran 25. Hasil Uji Parsial untuk Model GWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Kedua Sembilan (Asemroro)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.790805	0.000418	6682.66562	0.0000
Beta11	-0.04725	0.000412	-114.654003	0.0000
Beta12	0.01871	0.000112	166.9352357	0.0000
Beta13	-0.00374	0.000146	-25.6215349	0.0000
Beta14	-0.01808	8.73E-05	-207.152078	0.0000
Beta15	-0.00158	0.000194	-8.14282898	0.0000
Beta20	4.017315	0.000399	10074.2665	0.0000
Beta21	0.372923	0.000398	937.0295403	0.0000
Beta22	-0.10415	0.000352	-296.079981	0.0000
Beta23	0.066053	0.000346	191.0325218	0.0000
Beta24	-0.00889	0.000362	-24.5655083	0.0000
Beta25	-0.01741	0.000375	-46.500212	0.0000
tau	0.088347	5.64E-10	156548071.2	0.0000

Lokasi Ketiga Puluh (Benowo)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.790495	0.000451	6190.055882	0.0000
Beta11	-0.04752	0.000442	-107.509173	0.0000
Beta12	0.019039	0.000153	124.1637989	0.0000
Beta13	-0.00333	0.000194	-17.1535279	0.0000
Beta14	-0.01772	9.88E-05	-179.382397	0.0000
Beta15	-0.00211	0.000256	-8.23851916	0.0000
Beta20	4.017174	0.000534	7525.131225	0.0000
Beta21	0.372791	0.000532	700.2731558	0.0000
Beta22	-0.10399	0.000457	-227.414095	0.0000
Beta23	0.066224	0.000448	147.8027046	0.0000
Beta24	-0.0088	0.000474	-18.5505269	0.0000
Beta25	-0.01748	0.0005	-34.9869799	0.0000
tau	0.091495	1.25E-09	73130302.66	0.0000

Lampiran 25. Hasil Uji Parsial untuk Model GWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Ketiga Satu (Pakal)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Beta10	2.790155	0.000666	4191.913331	0.0000
Beta11	-0.04787	0.000654	-73.2155043	0.0000
Beta12	0.018758	0.000289	64.86497398	0.0000
Beta13	-0.00178	0.000572	-3.11737562	0.0018
Beta14	-0.01689	0.000275	-61.3791573	0.0000
Beta15	-0.00355	0.000551	-6.44384686	0.0000
Beta20	4.016444	0.001041	3860.005404	0.0000
Beta21	0.372086	0.001034	359.7597737	0.0000
Beta22	-0.10316	0.000684	-150.925155	0.0000
Beta23	0.067431	0.000622	108.3570321	0.0000
Beta24	-0.00831	0.000761	-10.9202712	0.0000
Beta25	-0.01757	0.000887	-19.8106951	0.0000
tau	0.091634	3.15E-09	29053409.94	0.0000

Lampiran 26. Syntax Uji Serentak dan Uji Parsial MGWBPIGR

```
library(polynom);
library(orthopolynom);
library(gaussquad);
library(gmp);
library(Rmpfr);
library(MASS);
library(MixedPoisson);
library(corpcor);
library(pracma);
library(spgwr);

data0 = read.csv("E:/Dokumen/S2/Semester 4/1.Tesis/Pengolahan
Data/SKRIP GWBPIGR/DATA MGWBPIGR1.csv",header=TRUE,sep=";");
data0 = data.frame(data0) #Ganti sesuai tempat menaruh file
coord = as.matrix(data0[,c(ncol(data0)-1,ncol(data0))])
data = as.matrix(data0[, -c(ncol(data0)-1,ncol(data0))])
y1 = as.matrix(data[,1])
y2 = as.matrix(data[,2])
n = nrow(data)
x0 = as.matrix(data[, -c(1,2)])
x = as.matrix(cbind(rep(1,n),(data[, -c(1,2)])));
colnames(x) = c("Satuan",colnames(x)[2:ncol(x)])
x1 = as.matrix(x0[, -c(1,2,4)])
xg = as.matrix(x0[, c(1,2,4)])
x11 = as.matrix(cbind(rep(1,n),(x0[, -c(1,2,4)])));
colnames(x) = c("Satuan",colnames(x)[2:ncol(x)])
data1 = cbind(y1,y2,x)
U = as.matrix(coord[,1])
V = as.matrix(coord[,2])
wglob=as.matrix(rep(1,n))
w=read.csv("E:/Dokumen/S2/Semester 4/1.Tesis/Pengolahan
Data/pembobot.csv",sep=";")

location = nrow(data)
epsilon = 0.001
max.iterasi = 10

##Nilai inisial tau
estdelta1 = est.delta(y1+5)
tau0 = 1/(estdelta1$ll.delta.max)^2

#nilai inisial beta lokal
betal10 =
glm(formula=y1~x1,family=poisson)$coefficient
betal10 = as.matrix(betal10)
```

Lampiran 26. Syntax Uji Serentak dan Uji Parsial MGWBPIGR (Lanjutan)

```
    betal20      =
glm(formula=y2~x1,family=poisson)$coefficient
    betal20      = as.matrix(betal20)
    thetal0      = as.matrix(rbind(betal10,betal20,tau0))
    rownames(thetal0) = c(paste0("Betal1",c(0:(ncol(xl1)-
1))),paste0("Betal2",c(0:(ncol(xl1)-1))), "tau")
    thetal1      = thetal0

    gamma10      =
glm(formula=y1~xg,family=poisson)$coefficient
    gamma10      = as.matrix(gamma10[-c(1)])
    gamma20      =
glm(formula=y2~xg,family=poisson)$coefficient
    gamma20      = as.matrix(gamma20[-c(1)])
    thetag0      = as.matrix(rbind(gamma10,gamma20))
    rownames(thetag0) =
c(paste0("gamma1",c(1:(ncol(xg)))) ,paste0("gamma2",c(1:(ncol(xg)
))))))
    thetag1      = thetag0

    theta        =
as.matrix(c(betal10,betal20,gamma10,gamma20,tau0))

    miu1 = exp(xl1%*%betal10+xg%*%gamma10)
    miu2 = exp(xl1%*%betal20+xg%*%gamma20)

    if(nrow(as.matrix(xl1))>ncol(as.matrix(xl1)))
    {xl1=t(as.matrix(xl1))};
    hasil=0
    if ((y1+y2-1)>0) {
      # fix
      fungsi1=1/((1+(2*tau0*(miu1+miu2))^0.5))
      fungsi2=0
      fungsi3=0

      # fix
      for (m in 0:(y1+y2)) {
        fungsi2 = fungsi2 +
          ((factorial(y1+y2+m)/(factorial(y1+y2-
m)*factorial(m)))*
          ((2*(((1+(2*tau0*(miu1+miu2))^0.5)))/tau0)^(-m)))
        fungsi2=ifelse(is.nan(fungsi2),1.005000,fungsi2)
      }

      # fix
      for (m in 0:(y1+y2-1)) {
        fungsi3 = fungsi3 +
```

Lampiran 26. Syntax Uji Serentak dan Uji Parsial MGWBPIGR (Lanjutan)

```
((factorial(y1+y2-1+m)/(factorial(y1+y2-1-
m)*factorial(m)))*
    ((2*((1+(2*tau0*(miu1+miu2))^0.5)))/tau0)^(-m)))
    fungsi3=ifelse(is.nan(fungsi3),1.005000,fungsi3)
    }

    hasil=fungsi1*fungsi2/fungsi3
    print(hasil)
    }

hasil

MIXED=function(y1,y2,xl1,xg,theta,w,q)
{

    #Inisialisasi iterasi
    epsilon = epsilon
    maxit    = max.iterasi
    norm.iter = 5
    iterasi  = 0

    while (norm.iter>epsilon && iterasi<maxit)
    {
    betal10=theta[1:3]
    betal20=theta[4:6]
    gamma10=theta[7:9]
    gamma20=theta[10:12]
    tau0=theta[13]

    #turunan Pertama Terhadap Tau
    tt1 = rep(0,1)
    tt2 = rep(0,1)
    tt3 = rep(0,1)
    tt4 = rep(0,1)

    tt1 = -(1/(tau0^2))*sum(w[,q])
    tt2 = -(1/(2^tau0))*sum(w[,q])
    tt3 = sum(((0.5-sum(y1+y2))/tau0)*w[,q])
    tt4 =
    sum(((hasil*(1+tau0*(miu1+miu2)))/(tau0^2))*w[,q])

    diff1_tau=tt1+tt2+tt3+tt4

    #turunan Pertama Terhadap Beta1

    diff1_beta1=sum((y1-hasil*miu1))*(xl1)%*%w[,q]
```

Lampiran 26. Syntax Uji Serentak dan Uji Parsial MGWBPIGR (Lanjutan)

```
#turunan Pertama Terhadap Beta2
diff1_beta2=sum((y2-hasil*miu2))*(x11)%>%w[,q]

#turunan Pertama Terhadap gamma1
diff1_gamma1=sum((1-hasil*miu1))*t(xg)%>%wglobal

#turunan Pertama Terhadap gamma2
diff1_gamma2=sum((1-hasil*miu2))*t(xg)%>%wglobal

g=rbind(as.matrix(diff1_beta1),as.matrix(diff1_beta2),as.matrix(
diff1_gamma1),as.matrix(diff1_gamma2),as.matrix(diff1_tau))
rownames(g) =
c(paste0("Beta1",c(0:(ncol(x1))))),paste0("Beta12",c(0:(ncol(x1)
))),paste0("Betag1",c(1:(ncol(xg))))),paste0("Betag2",c(1:(ncol
(xg)))),"tau")

#Matriks Hessian
Hessian = as.matrix(g%*%t(g))

theta=as.matrix(theta)
Hinv=ginv(Hessian)
tetaakhir=theta+((Hinv)%*%(g))
betal10=tetaakhir[1:3]
betal20=tetaakhir[4:6]
gamma10=tetaakhir[7:9]
gamma20=tetaakhir[10:12]
tau0=tetaakhir[13]

tetaakhir=c(betal10, betal20, gamma10, gamma20, tau0)
error=abs(tetaakhir-theta)
eps=sqrt(sum(error^2))

theta=c(betal10,betal20,gamma10,gamma20,tau0)
iterasi=iterasi+1
}

tetaakhir=theta
betal10=tetaakhir[1:3]
betal20=tetaakhir[4:6]
gamma10=tetaakhir[7:9]
gamma20=tetaakhir[10:12]
tau0=tetaakhir[13]
```

Lampiran 26. Syntax Uji Serentak dan Uji Parsial MGWBPIGR (Lanjutan)

```
#Untuk uji parsial
diag(Hinv)
SE=sqrt(diag(Hinv))
z_value=theta/SE
pv=2*pnorm(abs(z_value),lower.tail=FALSE)

{cat(paste0('lokasi ke-',q,"\n"))
}

table <- cbind(theta, SE, z_value=round(z_value,4),
Pv=round(pv,4))
colnames(table) <- c("Estimate", "Std. Error", "Z value", "P-
value")
print (table)
{cat("=====", "\n")}
}

for (q in 1:n)
{
MIXED(y1,y2,xl1,xg,theta,w,q)
}

#####
xho=rep(1,n)

dibawahH0 = read.csv("E:/Dokumen/S2/Semester
4/1.Tesis/Pengolahan Data/MGWBPIGR/Hasil dibawah
H0.csv",header=TRUE,sep=";");
dibawahpop= read.csv("E:/Dokumen/S2/Semester
4/1.Tesis/Pengolahan
Data/MGWBPIGR/dibawahpop.csv",header=TRUE,sep=";");

xb1=rep(NA,n)
xb2=rep(NA,n)
xg1=rep(NA,n)
xg2=rep(NA,n)

for (i in 1:n)
{
xb1[i]=xl1[,i]%*(as.matrix(dibawahpop[c(2,3,4)]))[i,]
xb2[i]=xl1[,i]%*(as.matrix(dibawahpop[c(5,6,7)]))[i,]
xg1[i]=xg[i,]%*(as.matrix(dibawahpop[c(8,9,10)]))[i,]
xg2[i]=xg[i,]%*(as.matrix(dibawahpop[c(11,12,13)]))[i,]
}
```

Lampiran 26. Syntax Uji Serentak dan Uji Parsial MGWBPIGR (Lanjutan)

```
xbh01=rep(NA,n)
xbh02=rep(NA,n)

for (i in 1:n)
{
  xbh01[i]=xho[i]%%(as.matrix(dibawahH0[c(2)]))[i]
  xbh02[i]=xho[i]%%(as.matrix(dibawahH0[c(3)]))[i]
}

serentak1 = n*((1/2.434619E-05)-(1/2.44E-05)-(1/2*log(2.44E-
05/2.434619E-05)))
serentak2 = sum(2*(y1+y2)-1)/4
serentak3 = log(sum(1+2*2.434619E-
05*(exp(xb1+xb2)+exp(xg1+xg2))))
serentak4 = log(1+(2*2.434619E-
05)*sum(exp(xho%%(as.matrix(dibawahH0[c(2)]))+xho%%(as.matrix
(dibawahH0[c(2)])))))
serentak5 = sum((y1*(xb1+xg1-(xbh01)))+(y2*(xb2+xg2-(xbh02))))

miu1 = exp(xb1)+exp(xb1)
miu2 = exp(xb2)+exp(xg2)

if(nrow(as.matrix(xl1))>ncol(as.matrix(xl1)))
{xl1=t(as.matrix(xl1))};
hasil=0
if ((y1+y2-1)>0) {
  # fix
  fungsi1=1/((1+(2*tau0*(miu1+miu2))^0.5))
  fungsi2=0
  fungsi3=0

  # fix
  for (m in 0:(y1+y2)) {
    fungsi2 = fungsi2 +
      ((factorial(y1+y2+m)/(factorial(y1+y2-m)*factorial(m)))*
      ((2*(((1+(2*tau0*(miu1+miu2))^0.5)))/tau0)^(-m)))
    fungsi2=ifelse(is.nan(fungsi2),1.005000,fungsi2)
  }

  # fix
  for (m in 0:(y1+y2-1)) {
    fungsi3 = fungsi3 +
      ((factorial(y1+y2-1+m)/(factorial(y1+y2-1-
m)*factorial(m)))*
      ((2*(((1+(2*tau0*(miu1+miu2))^0.5)))/tau0)^(-m)))
    fungsi3=ifelse(is.nan(fungsi3),1.005000,fungsi3)
  }
}
```

Lampiran 26. Syntax Uji Serentak dan Uji Parsial MGWBPIGR (Lanjutan)

```
hasil=fungsi1*fungsi2/fungsi3
  print(hasil)
}

hasil

miu1 = exp(xbh01)
miu2 = exp(xbh01)

if(nrow(as.matrix(xl1))>ncol(as.matrix(xl1)))
{xl1=t(as.matrix(xl1))};
hasil=0
if ((y1+y2-1)>0) {
  # fix
  fungsi1=1/((1+(2*tau0*(miu1+miu2))^0.5))
  fungsi2=0
  fungsi3=0

  # fix
  for (m in 0:(y1+y2)) {
    fungsi2 = fungsi2 +
      ((factorial(y1+y2+m)/(factorial(y1+y2-m)*factorial(m)))*
        ((2*(((1+(2*tau0*(miu1+miu2))^0.5)))/tau0)^(-m)))
    fungsi2=ifelse(is.nan(fungsi2),1.005000,fungsi2)
  }

  # fix
  for (m in 0:(y1+y2-1)) {
    fungsi3 = fungsi3 +
      ((factorial(y1+y2-1+m)/(factorial(y1+y2-1-
m)*factorial(m)))*
        ((2*(((1+(2*tau0*(miu1+miu2))^0.5)))/tau0)^(-m)))
    fungsi3=ifelse(is.nan(fungsi3),1.005000,fungsi3)
  }

  hasil2=fungsi1*fungsi2/fungsi3
  print(hasil2)
}

hasil2

G2=2*(serentak1+(sum(log(fungsi3)/log(fungsi3)))-
serentak2*(serentak3/serentak4)+serentak5)
G2
```

Lampiran 27. Hasil Uji Serentak untuk Model MGWBPIGR

G	Chisq. Table	P.Value
5092.133	18.3070380532751	0.000

Lampiran 28. Hasil Uji Parsial untuk Model MGWBPIGR

Lokasi Pertama (Karang Pilang)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	2.555069E-14	9.844202E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	2.481429E-12	-6.091956E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	1.244411E-12	-4.907098E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	4.654060E-15	-2.251942E+14	0
Betal21	1.707468E-02	4.519925E-13	3.777646E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	2.266695E-13	-3.476718E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	2.290314E-13	-2.559792E+11	0
Betag12	6.186991E-03	7.824819E-12	7.906882E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	6.168013E-12	-2.874645E+09	0
Betag21	1.790001E-01	5.942379E-14	3.012263E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	2.030203E-12	-1.545028E+08	0
Betag23	-2.749024E-02	1.600334E-12	-1.717782E+10	0
tau	2.435166E-05	5.575473E-09	4.367640E+03	0

Lokasi Kedua (Jambangan)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	2.555069E-14	9.844202E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	2.481429E-12	-6.091956E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	1.244411E-12	-4.907098E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	4.654060E-15	-2.251942E+14	0
Betal21	1.707468E-02	4.519925E-13	3.777646E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	2.266695E-13	-3.476718E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	2.290314E-13	-2.559792E+11	0
Betag12	6.186991E-03	7.824819E-12	7.906882E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	6.168013E-12	-2.874645E+09	0
Betag21	1.790001E-01	5.942379E-14	3.012263E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	2.030203E-12	-1.545028E+08	0
Betag23	-2.749024E-02	1.600334E-12	-1.717782E+10	0
tau	2.435166E-05	5.575473E-09	4.367640E+03	0

Lampiran 28. Hasil Uji Parsial untuk Model MGWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Ketiga (Gayungan)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	3.312071E-14	7.594227E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	3.212090E-12	-4.706207E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	1.448015E-12	-4.217117E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	6.032938E-15	-1.737242E+14	0
Betal21	1.707468E-02	5.850823E-13	2.918338E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	2.637560E-13	-2.987860E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	3.872456E-13	-1.513956E+11	0
Betag12	6.186991E-03	1.323018E-11	4.676423E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	1.042886E-11	-1.700172E+09	0
Betag21	1.790001E-01	1.004736E-13	1.781564E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	3.432661E-12	-9.137868E+07	0
Betag23	-2.749024E-02	2.705839E-12	-1.015960E+10	0
tau	2.434831E-05	7.249815E-09	3.358473E+03	0

Lokasi Keempat (Wonocolo)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515261744	2.738193E-14	9.185845E+13	0
Betal11	-0.000151168	2.779710E-12	-5.438250E+07	0
Betal12	-0.006106448	1.216400E-12	-5.020100E+09	0
Betal20	-1.048067108	4.987620E-15	-2.101337E+14	0
Betal21	0.017074677	5.063243E-13	3.372281E+10	0
Betal22	-0.00788066	2.215672E-13	-3.556781E+10	0
Betag11	-0.058627277	2.746717E-13	-2.134449E+11	0
Betag12	0.006186992	9.384111E-12	6.593050E+08	0
Betag13	-0.017730847	7.397146E-12	-2.396985E+09	0
Betag21	0.179000082	7.126548E-14	2.511736E+12	0
Betag22	-0.000313672	2.434773E-12	-1.288301E+08	0
Betag23	-0.027490243	1.919241E-12	-1.432350E+10	0
tau	2.43506E-05	6.105778E-09	3.988124E+03	0

Lampiran 28. Hasil Uji Parsial untuk Model MGWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Kelima (Tenggilis Mejoyo)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515261744	2.738193E-14	9.185845E+13	0
Betal11	-0.000151168	2.779710E-12	-5.438250E+07	0
Betal12	-0.006106448	1.216400E-12	-5.020100E+09	0
Betal20	-1.048067108	4.987620E-15	-2.101337E+14	0
Betal21	0.017074677	5.063243E-13	3.372281E+10	0
Betal22	-0.00788066	2.215672E-13	-3.556781E+10	0
Betag11	-0.058627277	2.746717E-13	-2.134449E+11	0
Betag12	0.006186992	9.384111E-12	6.593050E+08	0
Betag13	-0.017730847	7.397146E-12	-2.396985E+09	0
Betag21	0.179000082	7.126548E-14	2.511736E+12	0
Betag22	-0.000313672	2.434773E-12	-1.288301E+08	0
Betag23	-0.027490243	1.919241E-12	-1.432350E+10	0
tau	2.43506E-05	6.105778E-09	3.988124E+03	0

Lokasi Keenam (Gunung Anyar)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515261744	2.738193E-14	9.185845E+13	0
Betal11	-0.000151168	2.779710E-12	-5.438250E+07	0
Betal12	-0.006106448	1.216400E-12	-5.020100E+09	0
Betal20	-1.048067108	4.987620E-15	-2.101337E+14	0
Betal21	0.017074677	5.063243E-13	3.372281E+10	0
Betal22	-0.00788066	2.215672E-13	-3.556781E+10	0
Betag11	-0.058627277	2.746717E-13	-2.134449E+11	0
Betag12	0.006186992	9.384111E-12	6.593050E+08	0
Betag13	-0.017730847	7.397146E-12	-2.396985E+09	0
Betag21	0.179000082	7.126548E-14	2.511736E+12	0
Betag22	-0.000313672	2.434773E-12	-1.288301E+08	0
Betag23	-0.027490243	1.919241E-12	-1.432350E+10	0
tau	2.43506E-05	6.105778E-09	3.988124E+03	0

Lampiran 28. Hasil Uji Parsial untuk Model MGWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Ketujuh (Rungkut)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515261744	2.738193E-14	9.185845E+13	0
Betal11	-0.000151168	2.779710E-12	-5.438250E+07	0
Betal12	-0.006106448	1.216400E-12	-5.020100E+09	0
Betal20	-1.048067108	4.987620E-15	-2.101337E+14	0
Betal21	0.017074677	5.063243E-13	3.372281E+10	0
Betal22	-0.00788066	2.215672E-13	-3.556781E+10	0
Betag11	-0.058627277	2.746717E-13	-2.134449E+11	0
Betag12	0.006186992	9.384111E-12	6.593050E+08	0
Betag13	-0.017730847	7.397146E-12	-2.396985E+09	0
Betag21	0.179000082	7.126548E-14	2.511736E+12	0
Betag22	-0.000313672	2.434773E-12	-1.288301E+08	0
Betag23	-0.027490243	1.919241E-12	-1.432350E+10	0
tau	2.43506E-05	6.105778E-09	3.988124E+03	0

Lokasi Kedelapan (Sukolilo)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515261744	2.738193E-14	9.185845E+13	0
Betal11	-0.000151168	2.779710E-12	-5.438250E+07	0
Betal12	-0.006106448	1.216400E-12	-5.020100E+09	0
Betal20	-1.048067108	4.987620E-15	-2.101337E+14	0
Betal21	0.017074677	5.063243E-13	3.372281E+10	0
Betal22	-0.00788066	2.215672E-13	-3.556781E+10	0
Betag11	-0.058627277	2.746717E-13	-2.134449E+11	0
Betag12	0.006186992	9.384111E-12	6.593050E+08	0
Betag13	-0.017730847	7.397146E-12	-2.396985E+09	0
Betag21	0.179000082	7.126548E-14	2.511736E+12	0
Betag22	-0.000313672	2.434773E-12	-1.288301E+08	0
Betag23	-0.027490243	1.919241E-12	-1.432350E+10	0
tau	2.43506E-05	6.105778E-09	3.988124E+03	0

Lampiran 28. Hasil Uji Parsial untuk Model MGWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Kesembilan (Mulyorejo)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515261744	5.900559E-14	4.262752E+13	0
Betal11	-0.000151168	5.880998E-12	-2.570441E+07	0
Betal12	-0.006106448	3.312725E-12	-1.843331E+09	0
Betal20	-1.048067108	1.074787E-14	-9.751393E+13	0
Betal21	0.017074677	1.071224E-12	1.593941E+10	0
Betal22	-0.00788066	6.034130E-13	-1.306014E+10	0
Betag11	-0.058627277	1.088203E-12	-5.387533E+10	0
Betag12	0.006186991	3.717825E-11	1.664143E+08	0
Betag13	-0.017730847	2.930623E-11	-6.050197E+08	0
Betag21	0.179000082	2.823417E-13	6.339839E+11	0
Betag22	-0.000313672	9.646154E-12	-3.251783E+07	0
Betag23	-0.027490243	7.603704E-12	-3.615375E+09	0
tau	2.43385E-05	1.215308E-08	2.002661E+03	0

Lokasi Kesepuluh (Gubeng)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	6.766926E-14	3.716993E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	6.712661E-12	-2.251977E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	4.090177E-12	-1.492954E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	1.232596E-14	-8.502926E+13	0
Betal21	1.707468E-02	1.222712E-12	1.396460E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	7.450260E-13	-1.057770E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	1.336358E-12	-4.387093E+10	0
Betag12	6.186991E-03	4.565644E-11	1.355119E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	3.598928E-11	-4.926703E+08	0
Betag21	1.790001E-01	3.467274E-13	5.162560E+11	0
Betag22	-3.136720E-04	1.184588E-11	-2.647942E+07	0
Betag23	-2.749024E-02	9.337666E-12	-2.944016E+09	0
tau	2.433587E-05	1.346766E-08	1.806986E+03	0

Lampiran 28. Hasil Uji Parsial untuk Model MGWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Kesebelas (Wonokromo)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	3.033054E-14	8.292836E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	2.959129E-12	-5.108516E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	1.399589E-12	-4.363029E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	5.524709E-15	-1.897054E+14	0
Betal21	1.707468E-02	5.390054E-13	3.167812E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	2.549352E-13	-3.091241E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	3.203758E-13	-1.829953E+11	0
Betag12	6.186991E-03	1.094558E-11	5.652501E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	8.627995E-12	-2.055037E+09	0
Betag21	1.790001E-01	8.312371E-14	2.153418E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	2.839907E-12	-1.104515E+08	0
Betag23	-2.749024E-02	2.238593E-12	-1.228014E+10	0
tau	2.434962E-05	6.594225E-09	3.692568E+03	0

Lokasi Kedua Belas (Dukuh Pakis)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	3.078804E-14	8.169608E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	3.007920E-12	-5.025651E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	1.450211E-12	-4.210730E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	5.608042E-15	-1.868865E+14	0
Betal21	1.707468E-02	5.478928E-13	3.116427E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	2.641560E-13	-2.983335E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	3.346395E-13	-1.751953E+11	0
Betag12	6.186991E-03	1.143290E-11	5.411568E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	9.012129E-12	-1.967443E+09	0
Betag21	1.790001E-01	8.682453E-14	2.061630E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	2.966345E-12	-1.057436E+08	0
Betag23	-2.749024E-02	2.338259E-12	-1.175671E+10	0
tau	2.434933E-05	6.739419E-09	3.612972E+03	0

Lampiran 28. Hasil Uji Parsial untuk Model MGWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Ketiga Belas (Wiyung)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	3.606092E-14	6.975035E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	3.521612E-12	-4.292568E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	1.509686E-12	-4.044845E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	6.568498E-15	-1.595596E+14	0
Betal21	1.707468E-02	6.414617E-13	2.661839E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	2.749895E-13	-2.865805E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	4.651178E-13	-1.260482E+11	0
Betag12	6.186991E-03	1.589067E-11	3.893475E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	1.252602E-11	-1.415521E+09	0
Betag21	1.790001E-01	1.206780E-13	1.483287E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	4.122943E-12	-7.607964E+07	0
Betag23	-2.749024E-02	3.249963E-12	-8.458634E+09	0
tau	2.434692E-05	7.945384E-09	3.064285E+03	0

Lokasi Keempat Belas (Lakarsantri)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	3.469694E-14	7.249233E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	3.386791E-12	-4.463445E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	1.090030E-12	-5.602093E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	6.320049E-15	-1.658321E+14	0
Betal21	1.707468E-02	6.169042E-13	2.767800E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	1.985490E-13	-3.969127E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	4.986577E-13	-1.175702E+11	0
Betag12	6.186991E-03	1.703655E-11	3.631599E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	1.342928E-11	-1.320313E+09	0
Betag21	1.790001E-01	1.293802E-13	1.383520E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	4.420251E-12	-7.096249E+07	0
Betag23	-2.749024E-02	3.484319E-12	-7.889702E+09	0
tau	2.434636E-05	8.226869E-09	2.959371E+03	0

Lampiran 28. Hasil Uji Parsial untuk Model MGWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Kelima Belas (Sambikerep)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	3.205382E-14	7.846995E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	3.101401E-12	-4.874171E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	1.340794E-12	-4.554350E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	5.838605E-15	-1.795064E+14	0
Betal21	1.707468E-02	5.649203E-13	3.022493E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	2.442258E-13	-3.226793E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	3.844137E-13	-1.525109E+11	0
Betag12	6.186991E-03	1.313343E-11	4.710874E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	1.035259E-11	-1.712696E+09	0
Betag21	1.790001E-01	9.973880E-14	1.794689E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	3.407558E-12	-9.205184E+07	0
Betag23	-2.749024E-02	2.686051E-12	-1.023444E+10	0
tau	2.434836E-05	7.223258E-09	3.370828E+03	0

Lokasi Keenam Belas (Tandes)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	2.775078E-14	9.063752E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	2.687238E-12	-5.625388E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	1.215074E-12	-5.025578E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	5.054806E-15	-2.073407E+14	0
Betal21	1.707468E-02	4.894806E-13	3.488326E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	2.213257E-13	-3.560662E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	2.934602E-13	-1.997793E+11	0
Betag12	6.186991E-03	1.002602E-11	6.170938E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	7.903135E-12	-2.243521E+09	0
Betag21	1.790001E-01	7.614028E-14	2.350925E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	2.601319E-12	-1.205819E+08	0
Betag23	-2.749024E-02	2.050523E-12	-1.340645E+10	0
tau	2.435019E-05	6.311151E-09	3.858280E+03	0

Lampiran 28. Hasil Uji Parsial untuk Model MGWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Ketujuh Belas (Sukomanunggal)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	3.761822E-14	6.686286E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	3.736399E-12	-4.045809E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	1.583787E-12	-3.855599E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	6.852160E-15	-1.529543E+14	0
Betal21	1.707468E-02	6.805852E-13	2.508823E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	2.884869E-13	-2.731722E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	5.232919E-13	-1.120355E+11	0
Betag12	6.186991E-03	1.787817E-11	3.460639E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	1.409270E-11	-1.258158E+09	0
Betag21	1.790001E-01	1.357717E-13	1.318390E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	4.638616E-12	-6.762190E+07	0
Betag23	-2.749024E-02	3.656448E-12	-7.518291E+09	0
tau	2.434595E-05	8.427626E-09	2.888827E+03	0

Lokasi Kedelapan Belas (Sawahan)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	3.045392E-14	8.259239E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	3.039301E-12	-4.973762E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	1.305662E-12	-4.676899E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	5.547183E-15	-1.889368E+14	0
Betal21	1.707468E-02	5.536088E-13	3.084250E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	2.378263E-13	-3.313620E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	3.471046E-13	-1.689038E+11	0
Betag12	6.186991E-03	1.185877E-11	5.217230E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	9.347824E-12	-1.896789E+09	0
Betag21	1.790001E-01	9.005868E-14	1.987594E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	3.076839E-12	-1.019462E+08	0
Betag23	-2.749024E-02	2.425358E-12	-1.133451E+10	0
tau	2.434908E-05	6.863790E-09	3.547469E+03	0

Lampiran 28. Hasil Uji Parsial untuk Model MGWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Kesembilan Belas (Tegalsari)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	3.361461E-14	7.482646E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	3.367416E-12	-4.489127E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	1.457017E-12	-4.191061E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	6.122902E-15	-1.711716E+14	0
Betal21	1.707468E-02	6.133749E-13	2.783726E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	2.653958E-13	-2.969399E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	4.172559E-13	-1.405068E+11	0
Betag12	6.186991E-03	1.425547E-11	4.340081E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	1.123706E-11	-1.577890E+09	0
Betag21	1.790001E-01	1.082599E-13	1.653429E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	3.698681E-12	-8.480645E+07	0
Betag23	-2.749024E-02	2.915533E-12	-9.428892E+09	0
tau	2.434776E-05	7.525491E-09	3.235372E+03	0

Lokasi Kedua Puluh (Genteng)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	3.083106E-14	8.158206E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	3.080983E-12	-4.906472E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	1.169503E-12	-5.221403E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	5.615880E-15	-1.866256E+14	0
Betal21	1.707468E-02	5.612012E-13	3.042523E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	2.130251E-13	-3.699405E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	3.591897E-13	-1.632209E+11	0
Betag12	6.186991E-03	1.227165E-11	5.041694E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	9.673287E-12	-1.832970E+09	0
Betag21	1.790001E-01	9.319425E-14	1.920720E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	3.183965E-12	-9.851617E+07	0
Betag23	-2.749024E-02	2.509801E-12	-1.095316E+10	0
tau	2.434885E-05	6.982255E-09	3.487247E+03	0

Lampiran 28. Hasil Uji Parsial untuk Model MGWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Kedua Satu (Tambaksari)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	3.708273E-14	6.782839E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	3.463767E-12	-4.364254E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	1.899379E-12	-3.214970E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	6.754620E-15	-1.551630E+14	0
Betal21	1.707468E-02	6.309253E-13	2.706291E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	3.459720E-13	-2.277832E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	4.645796E-13	-1.261943E+11	0
Betag12	6.186991E-03	1.587228E-11	3.897986E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	1.251153E-11	-1.417161E+09	0
Betag21	1.790001E-01	1.205384E-13	1.485005E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	4.118172E-12	-7.616778E+07	0
Betag23	-2.749024E-02	3.246202E-12	-8.468432E+09	0
tau	2.434693E-05	7.940786E-09	3.066060E+03	0

Lokasi Kedua Dua (Kenjeran)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	3.401741E-14	7.394042E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	3.163216E-12	-4.778921E+07	0
Betal12	-6.106448E-03	1.532645E-12	-3.984253E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	6.196273E-15	-1.691448E+14	0
Betal21	1.707468E-02	5.761799E-13	2.963428E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	2.791714E-13	-2.822875E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	4.487669E-13	-1.306408E+11	0
Betag12	6.186992E-03	1.533204E-11	4.035334E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	1.208568E-11	-1.467096E+09	0
Betag21	1.790001E-01	1.164357E-13	1.537330E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	3.978004E-12	-7.885161E+07	0
Betag23	-2.749024E-02	3.135713E-12	-8.766824E+09	0
tau	2.434720E-05	7.804479E-09	3.119645E+03	0

Lampiran 28. Hasil Uji Parsial untuk Model MGWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Kedua Tiga (Bulak)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	5.027757E-14	5.002751E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	4.478002E-12	-3.375782E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	2.141279E-12	-2.851776E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	9.158062E-15	-1.144420E+14	0
Betal21	1.707468E-02	8.156683E-13	2.093336E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	3.900341E-13	-2.020506E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	8.992406E-13	-6.519643E+10	0
Betag12	6.186991E-03	3.072239E-11	2.013838E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	2.421732E-11	-7.321556E+08	0
Betag21	1.790001E-01	2.333142E-13	7.672062E+11	0
Betag22	-3.136720E-04	7.971137E-12	-3.935097E+07	0
Betag23	-2.749024E-02	6.283351E-12	-4.375093E+09	0
tau	2.434071E-05	1.104765E-08	2.203247E+03	0

Lokasi Kedua Empat (Simokerto)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	3.411533E-14	7.372819E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	3.225461E-12	-4.686696E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	1.474834E-12	-4.140431E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	6.214109E-15	-1.686593E+14	0
Betal21	1.707468E-02	5.875180E-13	2.906239E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	2.686410E-13	-2.933528E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	4.470367E-13	-1.311464E+11	0
Betag12	6.186991E-03	1.527293E-11	4.050953E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	1.203908E-11	-1.472774E+09	0
Betag21	1.790001E-01	1.159868E-13	1.543280E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	3.962667E-12	-7.915679E+07	0
Betag23	-2.749024E-02	3.123623E-12	-8.800755E+09	0
tau	2.434723E-05	7.789420E-09	3.125680E+03	0

Lampiran 28. Hasil Uji Parsial untuk Model MGWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Kedua Lima (Semampir)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	3.411340E-14	7.373237E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	3.145555E-12	-4.805752E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	1.561581E-12	-3.910426E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	6.213757E-15	-1.686688E+14	0
Betal21	1.707468E-02	5.729630E-13	2.980066E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	2.844421E-13	-2.770568E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	4.516717E-13	-1.298007E+11	0
Betag12	6.186991E-03	1.543128E-11	4.009383E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	1.216391E-11	-1.457661E+09	0
Betag21	1.790001E-01	1.171893E-13	1.527443E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	4.003753E-12	-7.834450E+07	0
Betag23	-2.749024E-02	3.156009E-12	-8.710444E+09	0
tau	2.434715E-05	7.829696E-09	3.109591E+03	0

Lokasi Kedua Enam (Pabean Cantikan)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	3.061127E-14	8.216783E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	2.877300E-12	-5.253800E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	1.542360E-12	-3.959158E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	5.575845E-15	-1.879656E+14	0
Betal21	1.707468E-02	5.241003E-13	3.257902E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	2.809409E-13	-2.805095E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	3.635122E-13	-1.612801E+11	0
Betag12	6.186991E-03	1.241933E-11	4.981744E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	9.789695E-12	-1.811175E+09	0
Betag21	1.790001E-01	9.431575E-14	1.897881E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	3.222281E-12	-9.734472E+07	0
Betag23	-2.749024E-02	2.540004E-12	-1.082291E+10	0
tau	2.434876E-05	7.024142E-09	3.466440E+03	0

Lampiran 28. Hasil Uji Parsial untuk Model MGWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Kedua Tujuh (Bubutan)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	2.970672E-14	8.466980E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	2.833990E-12	-5.334090E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	1.259232E-12	-4.849343E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	5.411080E-15	-1.936891E+14	0
Betal21	1.707468E-02	5.162114E-13	3.307690E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	2.293692E-13	-3.435798E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	3.240129E-13	-1.809412E+11	0
Betag12	6.186991E-03	1.106984E-11	5.589051E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	8.725944E-12	-2.031969E+09	0
Betag21	1.790001E-01	8.406738E-14	2.129245E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	2.872147E-12	-1.092117E+08	0
Betag23	-2.749024E-02	2.264007E-12	-1.214230E+10	0
tau	2.434955E-05	6.631550E-09	3.671773E+03	0

Lokasi Kedua Delapan (Krembangan)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	3.655966E-14	6.879882E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	3.536736E-12	-4.274212E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	1.535936E-12	-3.975717E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	6.659344E-15	-1.573829E+14	0
Betal21	1.707468E-02	6.442166E-13	2.650456E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	2.797708E-13	-2.816827E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	5.154423E-13	-1.137417E+11	0
Betag12	6.186991E-03	1.761000E-11	3.513341E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	1.388130E-11	-1.277319E+09	0
Betag21	1.790001E-01	1.337351E-13	1.338468E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	4.569035E-12	-6.865170E+07	0
Betag23	-2.749024E-02	3.601600E-12	-7.632786E+09	0
tau	2.434608E-05	8.364179E-09	2.910756E+03	0

Lampiran 28. Hasil Uji Parsial untuk Model MGWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Kedua Sembilan (Asemroro)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	2.483438E-14	1.012814E+14	0
Betal11	-1.511676E-04	2.415512E-12	-6.258200E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	1.058873E-12	-5.766930E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	4.523584E-15	-2.316895E+14	0
Betal21	1.707468E-02	4.399856E-13	3.880735E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	1.928738E-13	-4.085915E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	2.342672E-13	-2.502581E+11	0
Betag12	6.186991E-03	8.003698E-12	7.730166E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	6.309017E-12	-2.810398E+09	0
Betag21	1.790001E-01	6.078225E-14	2.944940E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	2.076615E-12	-1.510497E+08	0
Betag23	-2.749024E-02	1.636918E-12	-1.679390E+10	0
tau	2.435153E-05	5.638842E-09	4.318534E+03	0

Lokasi Ketiga Puluh (Benowo)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	3.091100E-14	8.137108E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	3.039458E-12	-4.973505E+07	0
Betal12	-6.106447E-03	1.434489E-12	-4.256879E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	5.630441E-15	-1.861430E+14	0
Betal21	1.707468E-02	5.536374E-13	3.084090E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	2.612923E-13	-3.016032E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	3.645175E-13	-1.608353E+11	0
Betag12	6.186991E-03	1.245368E-11	4.968004E+08	0
Betag13	-1.773085E-02	9.816770E-12	-1.806179E+09	0
Betag21	1.790001E-01	9.457659E-14	1.892647E+12	0
Betag22	-3.136720E-04	3.231192E-12	-9.707625E+07	0
Betag23	-2.749024E-02	2.547029E-12	-1.079306E+10	0
tau	2.434874E-05	7.033848E-09	3.461653E+03	0

Lampiran 28. Hasil Uji Parsial untuk Model MGWBPIGR (Lanjutan)

Lokasi Ketiga Satu (Pakal)

	Koefisien	Std.Error	Z	P.Value
Betal10	2.515262E+00	6.737777E-14	3.733073E+13	0
Betal11	-1.511676E-04	5.706796E-12	-2.648905E+07	0
Betal12	-6.106448E-03	3.013611E-12	-2.026289E+09	0
Betal20	-1.048067E+00	1.227287E-14	-8.539710E+13	0
Betal21	1.707468E-02	1.039493E-12	1.642596E+10	0
Betal22	-7.880660E-03	5.489295E-13	-1.435642E+10	0
Betag11	-5.862728E-02	1.898015E-12	-3.088874E+10	0
Betag12	6.186991E-03	6.484534E-11	9.541151E+07	0
Betag13	-1.773085E-02	5.111517E-11	-3.468804E+08	0
Betag21	1.790001E-01	4.924530E-13	3.634866E+11	0
Betag22	-3.136720E-04	1.682457E-11	-1.864369E+07	0
Betag23	-2.749024E-02	1.326218E-11	-2.072829E+09	0
tau	2.433070E-05	1.605013E-08	1.515919E+03	0

Lampiran 29. Pengujian Heterogenitas Spasial

```
data=read.csv("E:/Dokumen/S2/Semester 4/1.Tesis/Pengolahan
Data/SKRIP GWBPIGR/DATA MGWBPIGR1.csv",header=TRUE,sep=";")
n      = nrow(data)
k      = ncol(x)
x      = as.matrix((data[, -c(1,2,8,9)]));
e1     = as.matrix(data[,1])
e2     = as.matrix(data[,2])
e11 = e1^2
e22 = e2^2
E      = cbind(e11,e22)
G      = lm(E~x[,1]+x[,2]+x[,3]+x[,4]+x[,5])
g=G$fit
h=G$coef
covar1=(t(E-g)%*(E-g))/n
det1=det(covar1)
g0=cbind(e1-h[1,1],e2-h[1,2])
covar0=(t(g0)%*g0)/n
det0=det(covar0)
Gvalue=((n-k-1-0.5*(2-k+1))*log(det1/det0))
Gvalue
[1] 50.02014
```

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, mahasiswi Jurusan Statistika FMKSD ITS.

Nama : Nendy Septi Arniva

NRP : 062116 5001 0029

Program Studi : S2

menyatakan bahwa data yang digunakan dalam Tesis ini merupakan data sekunder yang diambil dari publikasi lainnya yaitu :

Sumber : Dinas Kesehatan Kota Surabaya

Keterangan : Data Publikasi Profil Kesehatan
Kota Surabaya Tahun 2015

Surat pernyataan ini dibuat dengan sebenar-benarnya. Apabila terdapat pemalsuan data maka saya siap menerima sanksi sesuai aturan yang berlaku.

Mengetahui

Pembimbing Tugas Akhir

Surabaya, Juni 2018



Dr. Purhadi, M.Sc

NIP. 19620204 198701 1 001



Nendy Septi Arniva

NRP. 062116 5001 0029

BIODATA PENULIS



Nendy Septi Arniva lahir di Padang pada tanggal 1 September 1992, merupakan anak kedua dari tiga bersaudara dari Syafruddin dan Murni. Penulis telah menempuh pendidikan formal di TK Pertiwi I Kantor Gubernur Padang (1996-1998), SD Pertiwi 2 Padang (1998-2004), SMP Negeri 34 Padang (2004-2007), SMA Negeri 8 Padang (2007-2010), Diploma III Statistika FMIPA-Universitas Negeri Padang (2010-2014). Pada tahun 2014 penulis melanjutkan studi jenjang Sarjana di Jurusan Statistika FMIPA-ITS, kemudian pada tahun 2016 penulis melanjutkan studi program Magister Statistika ITS dengan beasiswa *Fresh Graduate*- ITS. Selama kuliah D-3 Penulis menjadi asisten dosen pada mata kuliah Aplikasi Komputer dan aktif dalam organisasi kemahasiswaan sebagai anggota departement pengabdian masyarakat. Segala saran dan kritik yang membangun serta yang ingin berdiskusi lebih lanjut dengan Penulis mengenai Tesis ini dapat dikirimkan melalui email nendyseptiarniva@gmail.com